C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

7 points

1. Déterminer la limite en $+\infty$ de : $u_n = n^2 - \dfrac{2}{n}$
2. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{2n+3}{5n+4}$.
   a) Expliquer pourquoi cette expression ne permet pas de connaître la limite de (v_n) en $+\infty$.

   c'est une forme indéterminer du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

   b) À l'aide de la calculatrice, trouver une valeur approchée de la limite de (v_n) en $+\infty$.

   c) Montrer que pour $n \neq 0$, v_n peut s'écrire : $\dfrac{2+\frac{3}{n}}{5+\frac{4}{n}}$ puis en déduire la valeur exacte de la limite de (v_n) en $+\infty$.

   $\dfrac{2+\frac{3}{n}}{5+\frac{4}{n}}$: mettre au même dénominateur, puis simplifier.

   numérateur de $\dfrac{2+\frac{3}{n}}{5+\frac{4}{n}}$ de la forme $a + \dfrac{b}{n}$ comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{b}{n} = 0$ on a $\lim\limits_{n\to+\infty} a + \dfrac{b}{n} = a$;

   d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{a}{b}$

Exercice 2 — Modélistation

8 points

Dans un espace clos, on étudie une population de *Folium de Descartes*. Cette population était 512 individus en 2023. Les scientifiques estiment que le nombre de foliums diminue de 12% chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 32.

1. On modélise par F_n le nombre de foliums au premier janvier de l'année $2023+n$. Donc $F_0 = 512$, c'est le nombre de foliums début 2023.

a) Calculer F_1 qui représente le nombre de foliums au premier janvier 2024.

Diminuer de 12% revient à multiplier par $\left(1-\dfrac{12}{100}\right)=0{,}88$.
donc $F_1 = 0{,}88F_0$

b) Déterminer la nature de la suite (F_n), puis donner l'expression de F_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,88 ; donc (F_n) est une suite géométrique de premier terme $F_0 = 512$ et de raison 0,88.
$F_n = 512 \times 0{,}88^n$

c) Justifier le sens de variation de la suite (F_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

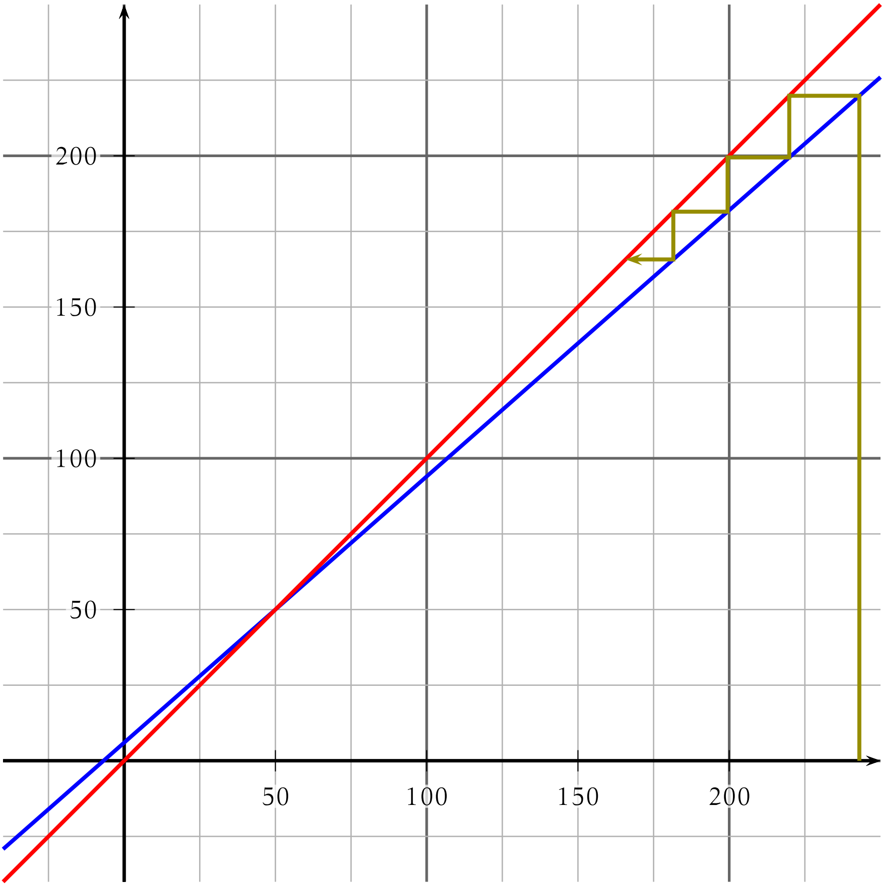
La suite (F_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *foliums de Descartes*, on décide d'en réintroduire 6 chaque début d'année à partir de janvier 2029. Mais leur nombre continue à baisser de 12% au cours de l'année !
On modélise par D_n le nombre de foliums au début de l'année $2029+n$, donc début janvier 2029 a $D_0 = 243$.

a) Expliquer par un calcul comment a été trouvé le nombre D_0.

nombre de foliums en 2027 : $F_0 \times 0{,}88^6 + 6 = D_0$

b) On admet que pour tout entier n, : $D_{n+1} = 0{,}88D_n + 6$
Le repère représente la droite d'équation $y = 0{,}88x + 6$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (D_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (D_n) et conjecturer la limite de (D_n) en $+\infty$.

la suite (D_n) semble décroissante et converger vers 50.

d) Le nombre de foliums introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ? Jusitfier.

pour en savoir plus sur le *folium de Descartes* : http://serge.mehl.free.fr/anx/folium_dec.html

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite

5 points

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 &= 3 \\ u_{n+1} &= u_n + 4n - 7 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3

2. On admet que les points $\mathrm{A}(0;u_0)$, $\mathrm{B}(1;u_1)$ et $\mathrm{C}(2;u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

a) Déterminer la valeur de c.

A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = 3 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = 3 \Leftrightarrow c = 3$

b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.

les points B et C donnent :

$$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a &= u_1 - b \\ 4(u_1 - b) + 2b &= u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = u_1 - b \\ b = \dfrac{4u_1 - u_2}{2} \end{cases}$$

c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

D'après ce qui précède : $f(x) = 2x^2 - 9x + 3$ et $u_n = f(n)$.

C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites *7 points*

1. Déterminer la limite en $+\infty$ de :$u_n = -2n^2 + \dfrac{2}{n}$

2. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{5n+3}{3n+5}$.

a) Expliquer pourquoi cette expression ne permet pas de connaître la limite de (v_n) en $+\infty$.

c'est une forme indéterminer du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

b) À l'aide de la calculatrice, trouver une valeur approchée de la limite de (v_n) en $+\infty$.

c) Montrer que pour $n \neq 0$, v_n peut s'écrire : $\dfrac{5+\frac{3}{n}}{3+\frac{5}{n}}$ puis en déduire la valeur exacte de la limite de (v_n) en $+\infty$.

$\dfrac{5+\frac{3}{n}}{3+\frac{5}{n}}$: mettre au même dénominateur, puis simplifier.

numérateur de $\dfrac{5+\frac{3}{n}}{3+\frac{5}{n}}$ de la forme $a + \dfrac{b}{n}$ comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{b}{n} = 0$ on a $\lim\limits_{n\to+\infty} a + \dfrac{b}{n} = a$;

d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{a}{b}$

Exercice 2 — Modélistation *8 points*

Dans un espace clos, on étudie une population de *Folium de Descartes*. Cette population était 512 individus en 2023. Les scientifiques estiment que le nombre de foliums diminue de 15% chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 32.

1. On modélise par F_n le nombre de foliums au premier janvier de l'année $2023+n$. Donc $F_0 = 512$, c'est le nombre de foliums début 2023.

a) Calculer F_1 qui représente le nombre de foliums au premier janvier 2024.

Diminuer de 15 % revient à multiplier par $\left(1-\frac{15}{100}\right)=0{,}85$.
donc $F_1=0{,}85F_0$

b) Déterminer la nature de la suite (F_n), puis donner l'expression de F_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,85 ; donc (F_n) est une suite géométrique de premier terme $F_0=512$ et de raison 0,85.
$F_n=512\times 0{,}85^n$

c) Justifier le sens de variation de la suite (F_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

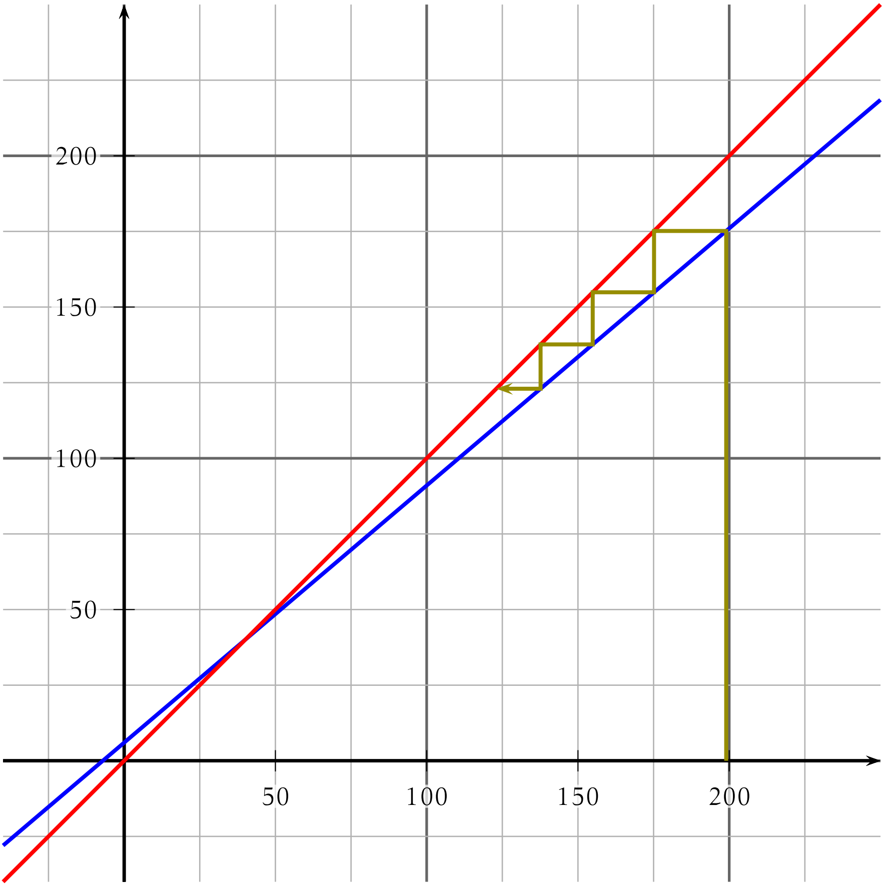
La suite (F_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *foliums de Descartes*, on décide d'en réintroduire 6 chaque début d'année à partir de janvier 2029. Mais leur nombre continue à baisser de 15 % au cours de l'année !
On modélise par D_n le nombre de foliums au début de l'année $2029+n$, donc début janvier 2029 a $D_0=199$.

a) Expliquer par un calcul comment a été trouvé le nombre D_0.

nombre de foliums en 2027 : $F_0\times 0{,}85^6+6=D_0$

b) On admet que pour tout entier n, : $D_{n+1}=0{,}85D_n+6$
Le repère représente la droite d'équation $y=0{,}85x+6$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (D_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (D_n) et conjecturer la limite de (D_n) en $+\infty$.

la suite (D_n) semble décroissante et converger vers 40.

d) Le nombre de foliums introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ? Jusitfier.

pour en savoir plus sur le *folium de Descartes* : http://serge.mehl.free.fr/anx/folium_dec.html

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite *5 points*

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 &= 5 \\ u_{n+1} &= u_n + 6n + 6 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3

2. On admet que les points $\mathrm{A}(0; u_0)$, $\mathrm{B}(1; u_1)$ et $\mathrm{C}(2; u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

a) Déterminer la valeur de c.

A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = 5 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = 5 \Leftrightarrow c = 5$

b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.

les points B et C donnent :

$$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a &= u_1 - b \\ 4(u_1 - b) + 2b &= u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = u_1 - b \\ b = \dfrac{4u_1 - u_2}{2} \end{cases}$$

c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

D'après ce qui précède : $f(x) = 3x^2 + 3x + 5$ et $u_n = f(n)$.

C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

7 points

1. Déterminer la limite en $+\infty$ de :$u_n = n^2 - \dfrac{5}{n}$
2. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{4n+1}{3n+1}$.
   a) Expliquer pourquoi cette expression ne permet pas de connaître la limite de (v_n) en $+\infty$.

   c'est une forme indéterminer du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

   b) À l'aide de la calculatrice, trouver une valeur approchée de la limite de (v_n) en $+\infty$.

   c) Montrer que pour $n \neq 0$, v_n peut s'écrire : $\dfrac{4+\frac{1}{n}}{3+\frac{1}{n}}$ puis en déduire la valeur exacte de la limite de (v_n) en $+\infty$.

   $\dfrac{4+\frac{1}{n}}{3+\frac{1}{n}}$: mettre au même dénominateur, puis simplifier.

   numérateur de $\dfrac{4+\frac{1}{n}}{3+\frac{1}{n}}$ de la forme $a + \dfrac{b}{n}$ comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{b}{n} = 0$ on a $\lim\limits_{n\to+\infty} a + \dfrac{b}{n} = a$;

   d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{a}{b}$

Exercice 2 — Modélistation

8 points

Dans un espace clos, on étudie une population de *Folium de Descartes*. Cette population était 512 individus en 2023. Les scientifiques estiment que le nombre de foliums diminue de 16% chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 32.

1. On modélise par F_n le nombre de foliums au premier janvier de l'année $2023+n$. Donc $F_0 = 512$, c'est le nombre de foliums début 2023.

a) Calculer F_1 qui représente le nombre de foliums au premier janvier 2024.

Diminuer de 16 % revient à multiplier par $\left(1-\dfrac{16}{100}\right)=0{,}84$.
donc $F_1 = 0{,}84F_0$

b) Déterminer la nature de la suite (F_n), puis donner l'expression de F_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,84 ; donc (F_n) est une suite géométrique de premier terme $F_0 = 512$ et de raison 0,84.
$F_n = 512 \times 0{,}84^n$

c) Justifier le sens de variation de la suite (F_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

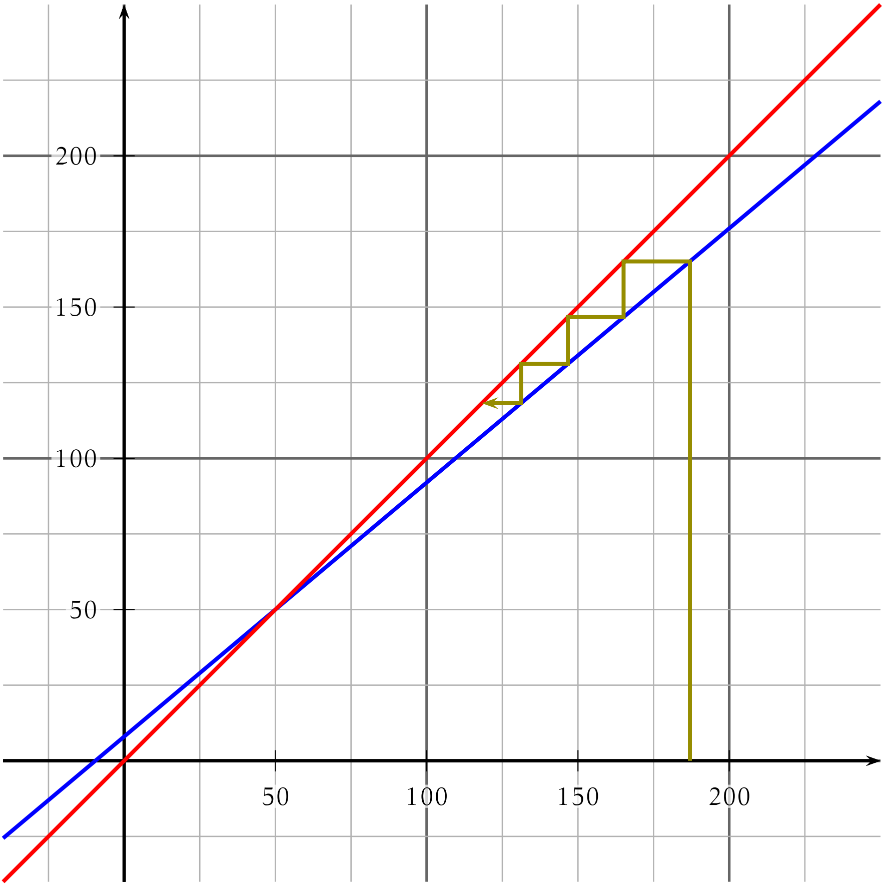
La suite (F_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *foliums de Descartes*, on décide d'en réintroduire 8 chaque début d'année à partir de janvier 2029. Mais leur nombre continue à baisser de 16 % au cours de l'année !
On modélise par D_n le nombre de foliums au début de l'année $2029+n$, donc début janvier 2029 a $D_0 = 187$.

a) Expliquer par un calcul comment a été trouvé le nombre D_0.

nombre de foliums en 2027 : $F_0 \times 0{,}84^6 + 8 = D_0$

b) On admet que pour tout entier n, : $D_{n+1} = 0{,}84D_n + 8$
Le repère représente la droite d'équation $y = 0{,}84x + 8$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (D_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (D_n) et conjecturer la limite de (D_n) en $+\infty$.

la suite (D_n) semble décroissante et converger vers 50.

d) Le nombre de foliums introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ? Jusitfier.

pour en savoir plus sur le *folium de Descartes* : http://serge.mehl.free.fr/anx/folium_dec.html

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite *5 points*

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 & = 2 \\ u_{n+1} & = u_n + 8n + 3 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3
2. On admet que les points $\text{A}(0;u_0)$, $\text{B}(1;u_1)$ et $\text{C}(2;u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   a) Déterminer la valeur de c.
   A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = 2 \Leftrightarrow a\times 0^2 + b\times 0 + c = 2 \Leftrightarrow c = 2$

   b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.
   les points B et C donnent :
   $$\begin{cases} a\times 1^2 + b\times 1 = u_1 \\ a\times 2^2 + b\times 2 = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = u_1 - b \\ 4(u_1 - b) + 2b = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = u_1 - b \\ b = \dfrac{4u_1 - u_2}{2} \end{cases}$$
   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
   D'après ce qui précède : $f(x) = 4x^2 - x + 2$ et $u_n = f(n)$.

C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites *7 points*

1. Déterminer la limite en $+\infty$ de :$u_n = -3n^2 + \dfrac{7}{n}$
2. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{3n+2}{4n+3}$.
   a) Expliquer pourquoi cette expression ne permet pas de connaître la limite de (v_n) en $+\infty$.

   c'est une forme indéterminer du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

   b) À l'aide de la calculatrice, trouver une valeur approchée de la limite de (v_n) en $+\infty$.

   c) Montrer que pour $n \neq 0$, v_n peut s'écrire : $\dfrac{3+\frac{2}{n}}{4+\frac{3}{n}}$ puis en déduire la valeur exacte de la limite de (v_n) en $+\infty$.

   $\dfrac{3+\frac{2}{n}}{4+\frac{3}{n}}$: mettre au même dénominateur, puis simplifier.

   numérateur de $\dfrac{3+\frac{2}{n}}{4+\frac{3}{n}}$ de la forme $a + \dfrac{b}{n}$ comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{b}{n} = 0$ on a $\lim\limits_{n\to+\infty} a + \dfrac{b}{n} = a$;

   d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{a}{b}$

Exercice 2 — Modélistation *8 points*

Dans un espace clos, on étudie une population de *Folium de Descartes*. Cette population était 512 individus en 2023. Les scientifiques estiment que le nombre de foliums diminue de 15% chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 32.

1. On modélise par F_n le nombre de foliums au premier janvier de l'année $2023+n$. Donc $F_0 = 512$, c'est le nombre de foliums début 2023.

a) Calculer F_1 qui représente le nombre de foliums au premier janvier 2024.

Diminuer de 15 % revient à multiplier par $\left(1 - \dfrac{15}{100}\right) = 0{,}85$.
donc $F_1 = 0{,}85F_0$

b) Déterminer la nature de la suite (F_n), puis donner l'expression de F_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,85 ; donc (F_n) est une suite géométrique de premier terme $F_0 = 512$ et de raison 0,85.
$F_n = 512 \times 0{,}85^n$

c) Justifier le sens de variation de la suite (F_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

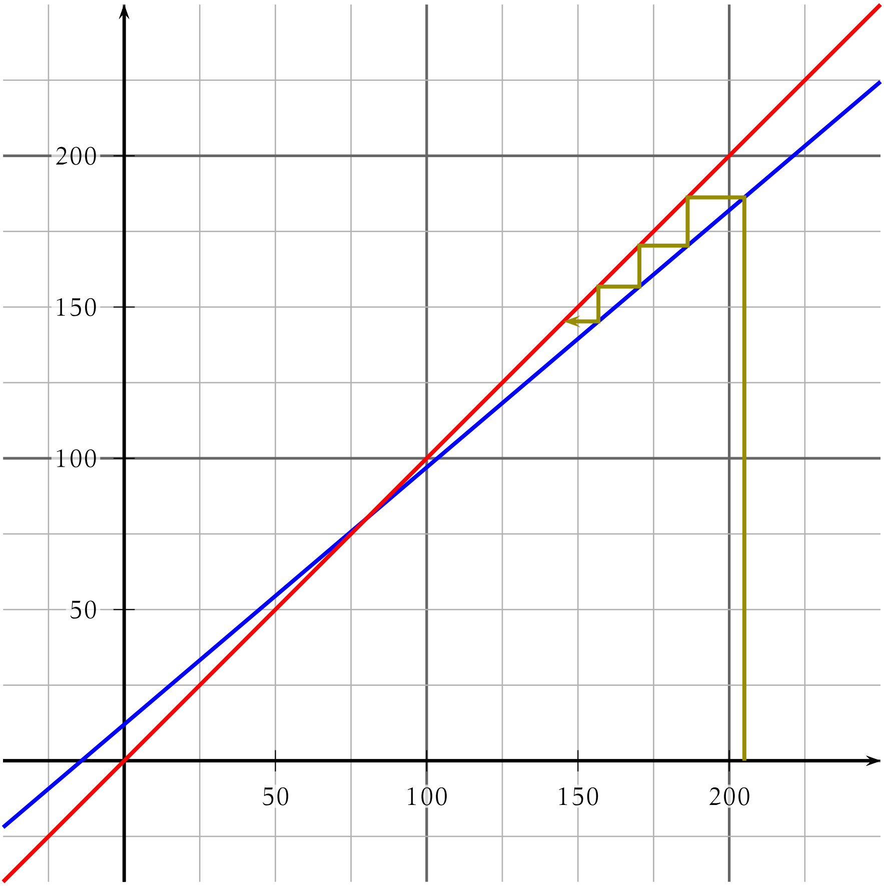
La suite (F_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *foliums de Descartes*, on décide d'en réintroduire 12 chaque début d'année à partir de janvier 2029. Mais leur nombre continue à baisser de 15 % au cours de l'année !
On modélise par D_n le nombre de foliums au début de l'année $2029 + n$, donc début janvier 2029 a $D_0 = 205$.

a) Expliquer par un calcul comment a été trouvé le nombre D_0.

nombre de foliums en 2027 : $F_0 \times 0{,}85^6 + 12 = D_0$

b) On admet que pour tout entier n, : $D_{n+1} = 0{,}85D_n + 12$
Le repère représente la droite d'équation $y = 0{,}85x + 12$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (D_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (D_n) et conjecturer la limite de (D_n) en $+\infty$.

la suite (D_n) semble décroissante et converger vers 80.

d) Le nombre de foliums introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ? Jusitfier.

pour en savoir plus sur le *folium de Descartes* : *http://serge.mehl.free.fr/anx/folium_dec.html*

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite *5 points*

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 &= 4 \\ u_{n+1} &= u_n + 4n - 2 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3
2. On admet que les points $A(0;u_0)$, $B(1;u_1)$ et $C(2;u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   a) Déterminer la valeur de c.

   A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = 4 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = 4 \Leftrightarrow c = 4$

   b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.

   les points B et C donnent :

   $$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a &= u_1 - b \\ 4(u_1 - b) + 2b &= u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = u_1 - b \\ b = \dfrac{4u_1 - u_2}{2} \end{cases}$$

   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

   D'après ce qui précède : $f(x) = 2x^2 - 4x + 4$ et $u_n = f(n)$.