A Co3

NOM, Prénom ....

23 points, mais note sur 20 (possibilité d'avoir 23/20 !)

Ce soir c'est la soirée du Réveillon, c'est le grand soir : vous avez décidé de profiter du moment de l'embrassade de minuit pour l'embrasser « pour de vrai » !

Le graphique suivant représente des relevés de votre rythme cardiaque (en nombre de battements de cœur par minutes) en fonction du temps (en heure).

Exercice 1 — Lectures graphiques *2 points*

Répondre aux questions avec la précision permise par le graphique, sachant que le baiser a eu lieu à minuit et qu'alors votre rythme cardiaque était à son maximum.

1. Déterminer à quelle heure a eu lieu le premier relevé et quel était votre rythme cardiaque. heure du max = minuit, donc premier relevé à 22 heures.
2. Déterminer l'heure (exprimée en heure, minute) à partir de laquelle votre rythme cardiaque est revenu au niveau du début des relevés. avant dernier point ; une graduation = un quart d'heure
3. Donner votre rythme cardiaque à minuit. lire max

Exercice 2 — Modèle polynomial *10 points*

On modélise le nuage de points sur l'intervalle $[0;7]$ par la fonction f définie par $f(x) = 3x^3 - 36x^2 + 108x + 70$

1. Déterminer la dérivée f' de la fonction f.
   dérivée d'un polynôme de degré 3 : $f'(x) = 9x^2 - 72x + 108 = 9(x-6)(x-2)$
2. Justifier le signe de $f'(x)$ sur $[0;7]$ et compléter le tableau de variations (ne pas oublier les valeurs exactes des extrema locaux).

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ 7
signe de $f'(x)$	
variations de f	

   signe poly degré 2 :
   - calcul des racines
   - forme factorisée puis justification (schéma, phrase...)

3. Avec ce modèle, justifier que sur l'intervalle $[0;2]$, il existe un instant où votre rythme cardiaque est de 140 pulsations par minute.

TVI : Sur $[0;2]$, la fonction continue et strictement croissante et l'intervalle image est $[f(0);f(2)]$, qui contient 140; donc il existe un unique instant t tel que $f(t) = 140$.

4. Déterminer l'expression de $f''(x)$, puis préciser la convexité de la fonction f sur $[0;7]$.
$f''(x) = 18x - 72$ et $f''(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 4$
donc f est concave sur $[0;4]$.

Exercice 3 — Modèle avec exponentielle

11 points

On modélise le nuage de points sur l'intervalle $[0;7]$ par la fonction g définie par $g(x) = 24x^2\,\mathrm{e}^{2-x} + 70$

1. Déterminer la dérivée g' de la fonction g.
g est de la forme $u \times v$ avec v de la forme e^{mx+p}.
$g'(x) = 48x\,\mathrm{e}^{-x+2} - 24x^2\,\mathrm{e}^{-x+2} = -24x(x-2)\,\mathrm{e}^{-x+2}$

2. Justifier le signe de $g'(x)$ sur $[0;7]$ et compléter le tableau de variations de g (inutile de calculer les valeurs des extrema).
Aide : Si vous n'avez pas trouvé l'expression de la dérivée, étudiez le signe de la fonction $h(x) = 64x\,\mathrm{e}^{-x+7} - 32x^2\,\mathrm{e}^{-x+7}$ définie sur $[0;7]$. Le signe de cette fonction est le même que celui de $g'(x)$. Précisez sur votre copie que vous travaillez avec la fonction h.
Écrire g' sous forme factorisée :
$g'(x) = 48x\,\mathrm{e}^{-x+2} - 24x^2\,\mathrm{e}^{-x+2} = -24x(x-2)\,\mathrm{e}^{-x+2}$
Or sur $[0;7]$, x et exponentielle sont positifs, donc le signe est celui de $(x-2)$

x	0 7
signe de $g'(x)$	
variations de g	

3. Compléter le tableau de valeurs suivant à l'aide de votre calculatrice, puis représenter avec *souplesse* la fonction g dans le graphique du nuage de points. À l'aide d'une lecture graphique, placer le (les) point(s) d'inflexion et lire leurs coordonnées.

x	0	0,25	0,5	1	2	3	5	7
$g(x)$								

Si $g(x) = ax^2\,\mathrm{e}^{b-x} + c$, alors $g''(x) = a\left(x - \left(2+\sqrt{2}\right)\right)\left(x - \left(2-\sqrt{2}\right)\right)\mathrm{e}^{b-x}$
Donc deux points d'inflexion d'abscisses $x_1 = 2+\sqrt{2} \approx 3{,}41$ et $x_2 = 2-\sqrt{2} \approx 0{,}58$

4. Des deux modèles proposés, choisir (en justifiant) celui qui vous semble le plus « réaliste ».

Le modèle exponentielle, car la limite en l'infini tend vers le rythme cardiaque initial.

B

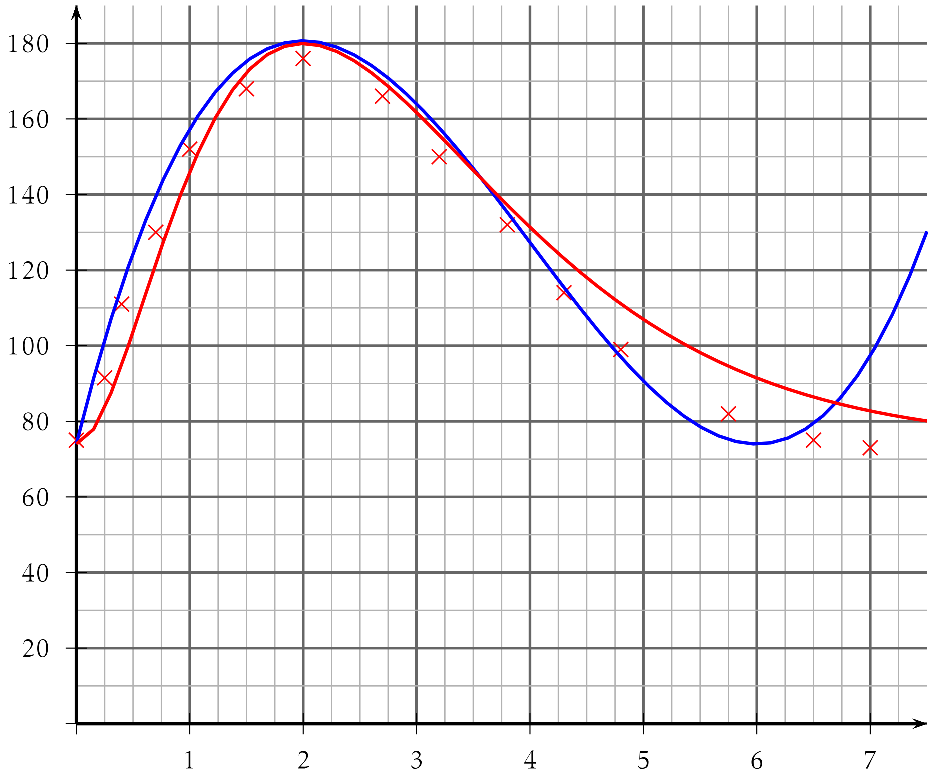
C03

NOM, Prénom ....

23 points, mais note sur 20 (possibilité d'avoir 23/20 !)

Ce soir c'est la soirée du Réveillon, c'est le grand soir : vous avez décidé de profiter du moment de l'embrassade de minuit pour l'embrasser « pour de vrai » !

Le graphique suivant représente des relevés de votre rythme cardiaque (en nombre de battements de cœur par minutes) en fonction du temps (en heure).



Exercice 1 — Lectures graphiques *2 points*

Répondre aux questions avec la précision permise par le graphique, sachant que le baiser a eu lieu à minuit et qu'alors votre rythme cardiaque était à son maximum.

1. Déterminer à quelle heure a eu lieu le premier relevé et quel était votre rythme cardiaque. heure du max = minuit, donc premier relevé à 22 heures.
2. Déterminer l'heure (exprimée en heure, minute) à partir de laquelle votre rythme cardiaque est revenu au niveau du début des relevés. avant dernier point ; une graduation = un quart d'heure
3. Donner votre rythme cardiaque à minuit. lire max

Exercice 2 — Modèle polynomial *10 points*

On modélise le nuage de points sur l'intervalle $[0;7]$ par la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{10}{3}x^3 - 40x^2 + 120x + 74$

1. Déterminer la dérivée f' de la fonction f.
   dérivée d'un polynôme de degré 3 : $f'(x) = 10x^2 - 80x + 120 = 10(x-6)(x-2)$

2. Justifier le signe de $f'(x)$ sur $[0;7]$ et compléter le tableau de variations (ne pas oublier les valeurs exactes des extrema locaux).

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ 7
signe de $f'(x)$	
variations de f	

   signe poly degré 2 :
   - calcul des racines
   - forme factorisée puis justification (schéma, phrase...)

3. Avec ce modèle, justifier que sur l'intervalle $[0;2]$, il existe un instant où votre rythme cardiaque est de 140 pulsations par minute.

TVI : Sur $[0;2]$, la fonction continue et strictement croissante et l'intervalle image est $[f(0);f(2)]$, qui contient 140; donc il existe un unique instant t tel que $f(t)=140$.

4. Déterminer l'expression de $f''(x)$, puis préciser la convexité de la fonction f sur $[0;7]$.
   $f''(x)=20x-80$ et $f''(x)\geqslant 0 \Leftrightarrow x\geqslant 4$
   donc f est concave sur $[0;4]$.

Exercice 3 — Modèle avec exponentielle

11 points

On modélise le nuage de points sur l'intervalle $[0;7]$ par la fonction g définie par $g(x)=72x^2\,\mathrm{e}^{1-x}+74$

1. Déterminer la dérivée g' de la fonction g.
   g est de la forme $u\times v$ avec v de la forme e^{mx+p}.
   $g'(x)=144x\,\mathrm{e}^{1-x}-72x^2\,\mathrm{e}^{1-x}=-72x(x-2)\,\mathrm{e}^{1-x}$

2. Justifier le signe de $g'(x)$ sur $[0;7]$ et compléter le tableau de variations de g (inutile de calculer les valeurs des extrema).
   Aide : Si vous n'avez pas trouvé l'expression de la dérivée, étudiez le signe de la fonction $h(x)=64x\,\mathrm{e}^{-x+7}-32x^2\,\mathrm{e}^{-x+7}$ définie sur $[0;7]$. Le signe de cette fonction est le même que celui de $g'(x)$. Précisez sur votre copie que vous travaillez avec la fonction h.
   Écrire g' sous forme factorisée :
   $g'(x)=144x\,\mathrm{e}^{1-x}-72x^2\,\mathrm{e}^{1-x}=-72x(x-2)\,\mathrm{e}^{1-x}$
   Or sur $[0;7]$, x et exponentielle sont positifs, donc le signe est celui de $(x-2)$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ 7
signe de $g'(x)$	
variations de g	

3. Compléter le tableau de valeurs suivant à l'aide de votre calculatrice, puis représenter avec *souplesse* la fonction g dans le graphique du nuage de points. À l'aide d'une lecture graphique, placer le (les) point(s) d'inflexion et lire leurs coordonnées.

x	0	0,25	0,5	1	2	3	5	7
$g(x)$								

Si $g(x) = ax^2\,\mathrm{e}^{b-x} + c$, alors $g''(x) = a\left(x - \left(2+\sqrt{2}\right)\right)\left(x - \left(2-\sqrt{2}\right)\right)\mathrm{e}^{b-x}$
Donc deux points d'inflexion d'abscisses $x_1 = 2+\sqrt{2} \approx 3{,}41$ et $x_2 = 2-\sqrt{2} \approx 0{,}58$

4. Des deux modèles proposés, choisir (en justifiant) celui qui vous semble le plus « réaliste ».

Le modèle exponentielle, car la limite en l'infini tend vers le rythme cardiaque initial.

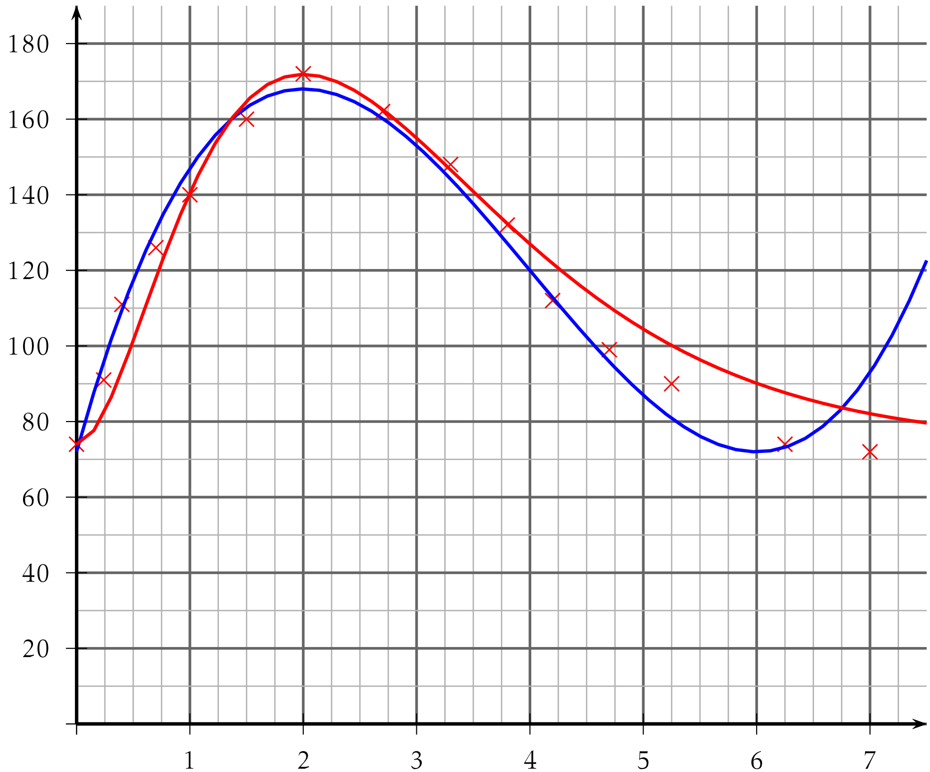
C Co3

NOM, Prénom ....

23 points, mais note sur 20 (possibilité d'avoir 23/20 !)

Ce soir c'est la soirée du Réveillon, c'est le grand soir : vous avez décidé de profiter du moment de l'embrassade de minuit pour l'embrasser « pour de vrai » !

Le graphique suivant représente des relevés de votre rythme cardiaque (en nombre de battements de cœur par minutes) en fonction du temps (en heure).



Exercice 1 — Lectures graphiques *2 points*

Répondre aux questions avec la précision permise par le graphique, sachant que le baiser a eu lieu à minuit et qu'alors votre rythme cardiaque était à son maximum.

1. Déterminer à quelle heure a eu lieu le premier relevé et quel était votre rythme cardiaque. heure du max = minuit, donc premier relevé à 22 heures.
2. Déterminer l'heure (exprimée en heure, minute) à partir de laquelle votre rythme cardiaque est revenu au niveau du début des relevés. avant dernier point ; une graduation = un quart d'heure
3. Donner votre rythme cardiaque à minuit. lire max

Exercice 2 — Modèle polynomial *10 points*

On modélise le nuage de points sur l'intervalle $[0;7]$ par la fonction f définie par $f(x) = 3x^3 - 36x^2 + 108x + 72$

1. Déterminer la dérivée f' de la fonction f.
   dérivée d'un polynôme de degré 3 : $f'(x) = 9x^2 - 72x + 108 = 9(x-6)(x-2)$

2. Justifier le signe de $f'(x)$ sur $[0;7]$ et compléter le tableau de variations (ne pas oublier les valeurs exactes des extrema locaux).

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ 7
signe de $f'(x)$	
variations de f	

   signe poly degré 2 :
   - calcul des racines
   - forme factorisée puis justification (schéma, phrase...)

3. Avec ce modèle, justifier que sur l'intervalle $[0;2]$, il existe un instant où votre rythme cardiaque est de 140 pulsations par minute.

TVI : Sur $[0;2]$, la fonction continue et strictement croissante et l'intervalle image est $[f(0); f(2)]$, qui contient 140 ; donc il existe un unique instant t tel que $f(t) = 140$.

4. Déterminer l'expression de $f''(x)$, puis préciser la convexité de la fonction f sur $[0;7]$.
   $f''(x) = 18x - 72$ et $f''(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 4$
   donc f est concave sur $[0;4]$.

Exercice 3 — Modèle avec exponentielle

11 points

On modélise le nuage de points sur l'intervalle $[0;7]$ par la fonction g définie par $g(x) = 9x^2\,\mathrm{e}^{3-x} + 74$

1. Déterminer la dérivée g' de la fonction g.
   g est de la forme $u \times v$ avec v de la forme e^{mx+p}.
   $g'(x) = 18x\,\mathrm{e}^{3-x} - 9x^2\,\mathrm{e}^{3-x} = -9x(x-2)\,\mathrm{e}^{3-x}$

2. Justifier le signe de $g'(x)$ sur $[0;7]$ et compléter le tableau de variations de g (inutile de calculer les valeurs des extrema).
   Aide : Si vous n'avez pas trouvé l'expression de la dérivée, étudiez le signe de la fonction $h(x) = 64x\,\mathrm{e}^{-x+7} - 32x^2\,\mathrm{e}^{-x+7}$ définie sur $[0;7]$. Le signe de cette fonction est le même que celui de $g'(x)$. Précisez sur votre copie que vous travaillez avec la fonction h.
   Écrire g' sous forme factorisée :
   $g'(x) = 18x\,\mathrm{e}^{3-x} - 9x^2\,\mathrm{e}^{3-x} = -9x(x-2)\,\mathrm{e}^{3-x}$
   Or sur $[0;7]$, x et exponentielle sont positifs, donc le signe est celui de $(x-2)$

x	0 7
signe de $g'(x)$	
variations de g	

3. Compléter le tableau de valeurs suivant à l'aide de votre calculatrice, puis représenter avec *souplesse* la fonction g dans le graphique du nuage de points. À l'aide d'une lecture graphique, placer le (les) point(s) d'inflexion et lire leurs coordonnées.

x	0	0,25	0,5	1	2	3	5	7
$g(x)$								

Si $g(x) = ax^2\,\mathrm{e}^{b-x} + c$, alors $g''(x) = a\left(x - \left(2+\sqrt{2}\right)\right)\left(x - \left(2-\sqrt{2}\right)\right)\mathrm{e}^{b-x}$
Donc deux points d'inflexion d'abscisses $x_1 = 2+\sqrt{2} \approx 3{,}41$ et $x_2 = 2-\sqrt{2} \approx 0{,}58$

4. Des deux modèles proposés, choisir (en justifiant) celui qui vous semble le plus « réaliste ».

Le modèle exponentielle, car la limite en l'infini tend vers le rythme cardiaque initial.

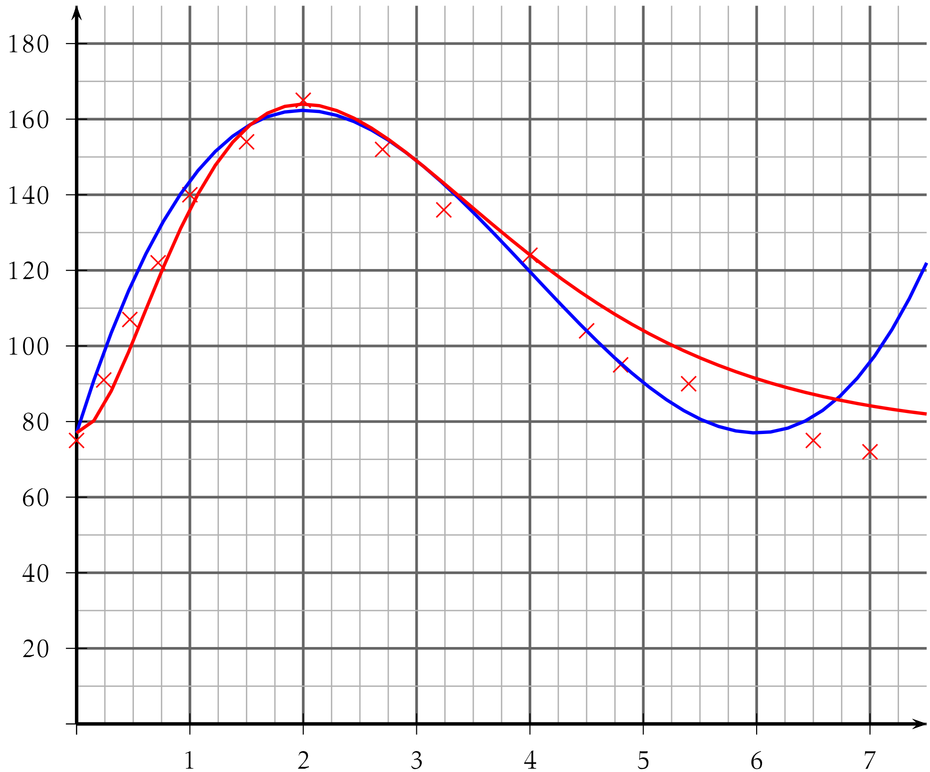
D Co3

NOM, Prénom ....

23 points, mais note sur 20 (possibilité d'avoir 23/20 !)

Ce soir c'est la soirée du Réveillon, c'est le grand soir : vous avez décidé de profiter du moment de l'embrassade de minuit pour l'embrasser « pour de vrai » !

Le graphique suivant représente des relevés de votre rythme cardiaque (en nombre de battements de cœur par minutes) en fonction du temps (en heure).



Exercice 1 — Lectures graphiques *2 points*

Répondre aux questions avec la précision permise par le graphique, sachant que le baiser a eu lieu à minuit et qu'alors votre rythme cardiaque était à son maximum.

1. Déterminer à quelle heure a eu lieu le premier relevé et quel était votre rythme cardiaque. heure du max = minuit, donc premier relevé à 22 heures.
2. Déterminer l'heure (exprimée en heure, minute) à partir de laquelle votre rythme cardiaque est revenu au niveau du début des relevés. avant dernier point ; une graduation = un quart d'heure
3. Donner votre rythme cardiaque à minuit. lire max

Exercice 2 — Modèle polynomial *10 points*

On modélise le nuage de points sur l'intervalle $[0;7]$ par la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{8}{3}x^3 - 32x^2 + 96x + 77$

1. Déterminer la dérivée f' de la fonction f.
   dérivée d'un polynôme de degré 3 : $f'(x) = 8x^2 - 64x + 96 = 8(x-6)(x-2)$
2. Justifier le signe de $f'(x)$ sur $[0;7]$ et compléter le tableau de variations (ne pas oublier les valeurs exactes des extrema locaux).

x	0 7
signe de $f'(x)$	
variations de f	

   signe poly degré 2 :
   - calcul des racines
   - forme factorisée puis justification (schéma, phrase...)

3. Avec ce modèle, justifier que sur l'intervalle $[0;2]$, il existe un instant où votre rythme cardiaque est de 140 pulsations par minute.

TVI : Sur $[0;2]$, la fonction continue et strictement croissante et l'intervalle image est $[f(0);f(2)]$, qui contient 140 ; donc il existe un unique instant t tel que $f(t)=140$.

4. Déterminer l'expression de $f''(x)$, puis préciser la convexité de la fonction f sur $[0;7]$.
   $f''(x)=16x-64$ et $f''(x)\geqslant 0 \Leftrightarrow x\geqslant 4$
   donc f est concave sur $[0;4]$.

Exercice 3 — Modèle avec exponentielle *11 points*

On modélise le nuage de points sur l'intervalle $[0;7]$ par la fonction g définie par $g(x)=8x^2\,\mathrm{e}^{3-x}+77$

1. Déterminer la dérivée g' de la fonction g.
   g est de la forme $u\times v$ avec v de la forme e^{mx+p}.
   $g'(x)=16x\,\mathrm{e}^{3-x}-8x^2\,\mathrm{e}^{3-x}=-8x(x-2)\,\mathrm{e}^{3-x}$

2. Justifier le signe de $g'(x)$ sur $[0;7]$ et compléter le tableau de variations de g (inutile de calculer les valeurs des extrema).
   Aide : Si vous n'avez pas trouvé l'expression de la dérivée, étudiez le signe de la fonction $h(x)=64x\,\mathrm{e}^{-x+7}-32x^2\,\mathrm{e}^{-x+7}$ définie sur $[0;7]$. Le signe de cette fonction est le même que celui de $g'(x)$. Précisez sur votre copie que vous travaillez avec la fonction h.
   Écrire g' sous forme factorisée :
   $g'(x)=16x\,\mathrm{e}^{3-x}-8x^2\,\mathrm{e}^{3-x}=-8x(x-2)\,\mathrm{e}^{3-x}$
   Or sur $[0;7]$, x et exponentielle sont positifs, donc le signe est celui de $(x-2)$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ 7
signe de $g'(x)$	
variations de g	

3. Compléter le tableau de valeurs suivant à l'aide de votre calculatrice, puis représenter avec *souplesse* la fonction g dans le graphique du nuage de points. À l'aide d'une lecture graphique, placer le (les) point(s) d'inflexion et lire leurs coordonnées.

x	0	0,25	0,5	1	2	3	5	7
$g(x)$								

Si $g(x) = ax^2\,\mathrm{e}^{b-x} + c$, alors $g''(x) = a\left(x - \left(2+\sqrt{2}\right)\right)\left(x - \left(2-\sqrt{2}\right)\right)\mathrm{e}^{b-x}$

Donc deux points d'inflexion d'abscisses $x_1 = 2+\sqrt{2} \approx 3{,}41$ et $x_2 = 2-\sqrt{2} \approx 0{,}58$

4. Des deux modèles proposés, choisir (en justifiant) celui qui vous semble le plus « réaliste ».

Le modèle exponentielle, car la limite en l'infini tend vers le rythme cardiaque initial.