Io2

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

7 points

1. Déterminer la limite en $+\infty$ de :$u_n = n^3 - \dfrac{7}{n}$

2. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{3n-1}{7n+9}$.

a) Expliquer pourquoi cette expression ne permet pas de connaître la limite de (v_n) en $+\infty$.

c'est une forme indéterminer du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

b) À l'aide de la calculatrice, trouver une valeur approchée de la limite de (v_n) en $+\infty$.

c) Montrer que pour $n \neq 0$, v_n peut s'écrire : $\dfrac{3-\frac{1}{n}}{7+\frac{9}{n}}$ puis en déduire la valeur exacte de la limite de (v_n) en $+\infty$.

$\dfrac{3-\frac{1}{n}}{7+\frac{9}{n}}$: mettre au même dénominateur, puis simplifier.

numérateur de $\dfrac{3-\frac{1}{n}}{7+\frac{9}{n}}$ de la forme $a + \dfrac{b}{n}$ comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{b}{n} = 0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} a + \dfrac{b}{n} = a$;

de même pour le numérateur,

d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{a}{b}$

Exercice 2 — Modélistation

8 points

Dans un espace clos, on étudie une population de *Folium de Descartes*. Cette population était 512 individus en 2023. Les scientifiques estiment que le nombre de foliums diminue de 21 % chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 32.

1. On modélise par F_n le nombre de foliums au premier janvier de l'année $2023+n$. Donc $F_0 = 512$, c'est le nombre de foliums début 2023.

a) Calculer F_1 qui représente le nombre de foliums au premier janvier 2024.

Diminuer de 21 % revient à multiplier par $\left(1-\dfrac{21}{100}\right)=0{,}79$.
donc $F_1 = 0{,}79F_0$

b) Déterminer la nature de la suite (F_n), puis donner l'expression de F_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,79 ; donc (F_n) est une suite géométrique de premier terme $F_0 = 512$ et de raison 0,79.
$F_n = 512 \times 0{,}79^n$

c) Justifier le sens de variation de la suite (F_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

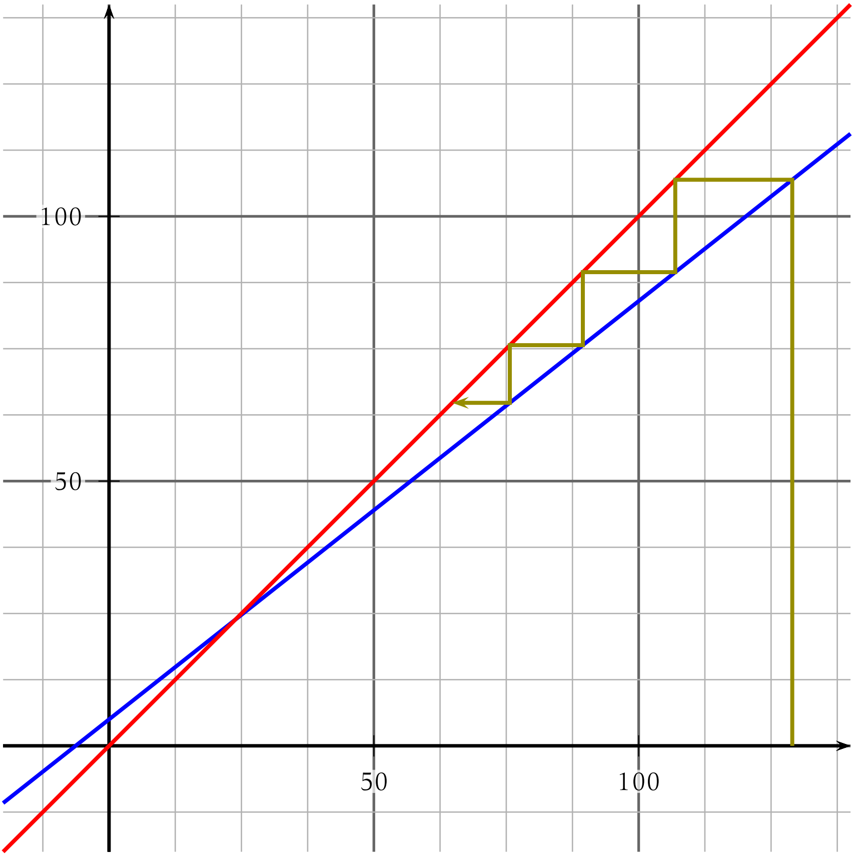
La suite (F_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *foliums de Descartes*, on décide d'en réintroduire 5 chaque début d'année à partir de janvier 2029. Mais leur nombre continue à baisser de 21 % au cours de l'année !
On modélise par D_n le nombre de foliums au début de l'année $2029+n$, donc début janvier 2029 a $D_0 = 129$.

a) Expliquer par un calcul comment a été trouvé le nombre D_0.

nombre de foliums en 2027 : $F_0 \times 0{,}79^6 + 5 = D_0$

b) On admet que pour tout entier n, : $D_{n+1} = 0{,}79D_n + 5$
Le repère représente la droite d'équation $y = 0{,}79x + 5$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (D_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (D_n) et conjecturer la limite de (D_n) en $+\infty$.

la suite (D_n) semble décroissante et converger vers 24.

d) Le nombre de foliums introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ? Jusitfier.

pour en savoir plus sur le *folium de Descartes* : *http://serge.mehl.free.fr/anx/folium_dec.html*

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite *5 points*

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 &= -5 \\ u_{n+1} &= u_n + 6n + 10 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3

2. On admet que les points $A(0;u_0)$, $B(1;u_1)$ et $C(2;u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

a) Déterminer la valeur de c.

A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = -5 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = -5 \Leftrightarrow c = -5$

b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.

Ceci n'est pas le type réponse attendue : voir correction en classe !
les points B et C donnent :

$$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 + c = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 + c = u_2 \end{cases}$$

avec $u_{n+1} = u_n + An + B$, on trouve $a = \dfrac{A}{2}$ et $b = B - \dfrac{A}{2}$

c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

D'après ce qui précède : $f(x) = 3n^2 + 7n - 5$ et $u_n = f(n)$.

Io2

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

7 points

1. Déterminer la limite en $+\infty$ de :$u_n = -2n^3 + \dfrac{5}{n}$
2. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{7n-8}{9n+3}$.
   a) Expliquer pourquoi cette expression ne permet pas de connaître la limite de (v_n) en $+\infty$.

   c'est une forme indéterminer du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

   b) À l'aide de la calculatrice, trouver une valeur approchée de la limite de (v_n) en $+\infty$.
   c) Montrer que pour $n \neq 0$, v_n peut s'écrire : $\dfrac{7-\frac{8}{n}}{9+\frac{3}{n}}$ puis en déduire la valeur exacte de la limite de (v_n) en $+\infty$.

   $\dfrac{7-\frac{8}{n}}{9+\frac{3}{n}}$: mettre au même dénominateur, puis simplifier.
   numérateur de $\dfrac{7-\frac{8}{n}}{9+\frac{3}{n}}$ de la forme $a + \dfrac{b}{n}$ comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{b}{n} = 0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} a + \dfrac{b}{n} = a$;
   de même pour le numérateur,
   d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{a}{b}$

Exercice 2 — Modélistation

8 points

Dans un espace clos, on étudie une population de *Folium de Descartes*. Cette population était 512 individus en 2023. Les scientifiques estiment que le nombre de foliums diminue de 27 % chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 32.

1. On modélise par F_n le nombre de foliums au premier janvier de l'année $2023+n$. Donc $F_0 = 512$, c'est le nombre de foliums début 2023.

a) Calculer F_1 qui représente le nombre de foliums au premier janvier 2024.

Diminuer de 27 % revient à multiplier par $\left(1-\dfrac{27}{100}\right)=0{,}73$.
donc $F_1=0{,}73F_0$

b) Déterminer la nature de la suite (F_n), puis donner l'expression de F_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,73 ; donc (F_n) est une suite géométrique de premier terme $F_0=512$ et de raison 0,73.
$F_n=512\times 0{,}73^n$

c) Justifier le sens de variation de la suite (F_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

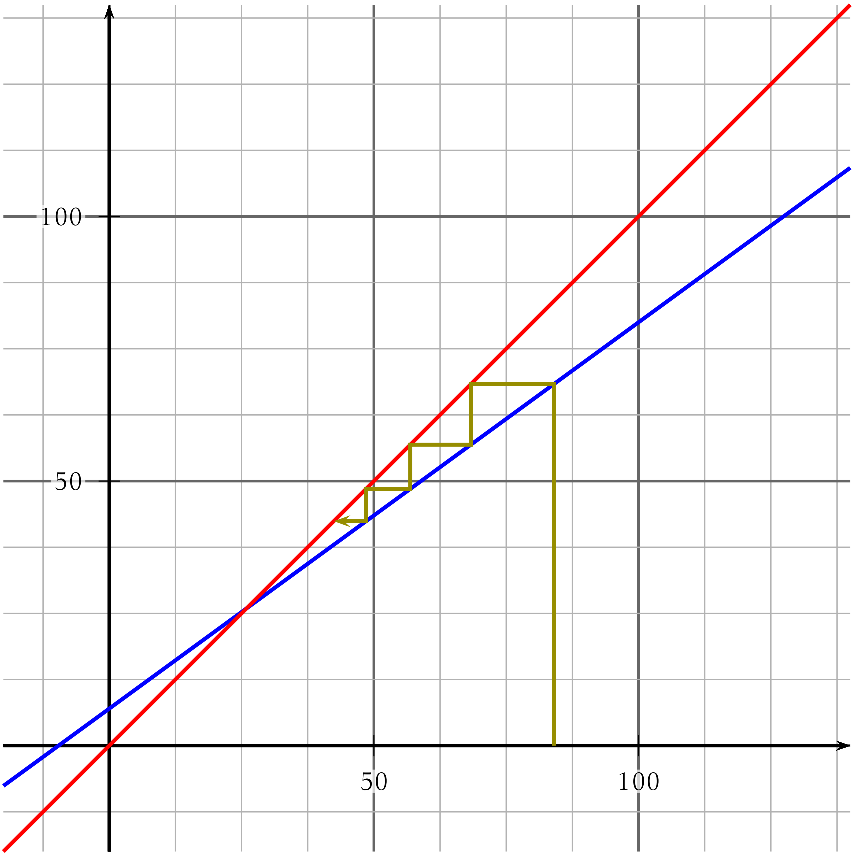
La suite (F_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *foliums de Descartes*, on décide d'en réintroduire 7 chaque début d'année à partir de janvier 2029. Mais leur nombre continue à baisser de 27 % au cours de l'année !
On modélise par D_n le nombre de foliums au début de l'année $2029+n$, donc début janvier 2029 a $D_0=84$.

a) Expliquer par un calcul comment a été trouvé le nombre D_0.

nombre de foliums en 2027 : $F_0\times 0{,}73^6+7=D_0$

b) On admet que pour tout entier n, : $D_{n+1}=0{,}73D_n+7$
Le repère représente la droite d'équation $y=0{,}73x+7$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (D_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (D_n) et conjecturer la limite de (D_n) en $+\infty$.

la suite (D_n) semble décroissante et converger vers 26.

d) Le nombre de foliums introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ? Jusitfier.

pour en savoir plus sur le *folium de Descartes* : *http://serge.mehl.free.fr/anx/folium_dec.html*

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite *5 points*

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 &= -7 \\ u_{n+1} &= u_n + 4n - 4 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3
2. On admet que les points $\mathrm{A}(0;u_0)$, $\mathrm{B}(1;u_1)$ et $\mathrm{C}(2;u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

   a) Déterminer la valeur de c.

   A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = -7 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = -7 \Leftrightarrow c = -7$

   b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.

   Ceci n'est pas le type réponse attendue : voir correction en classe !
   les points B et C donnent :

   $$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 + c = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 + c = u_2 \end{cases}$$

   avec $u_{n+1} = u_n + \mathrm{A}n + \mathrm{B}$, on trouve $a = \dfrac{\mathrm{A}}{2}$ et $b = \mathrm{B} - \dfrac{\mathrm{A}}{2}$

   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

   D'après ce qui précède : $f(x) = 2n^2 - 6n - 7$ et $u_n = f(n)$.

Io2

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

7 points

1. Déterminer la limite en $+\infty$ de :$u_n = n^3 - \dfrac{6}{n}$

2. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{4n-1}{7n+5}$.

a) Expliquer pourquoi cette expression ne permet pas de connaître la limite de (v_n) en $+\infty$.

c'est une forme indéterminer du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

b) À l'aide de la calculatrice, trouver une valeur approchée de la limite de (v_n) en $+\infty$.

c) Montrer que pour $n \neq 0$, v_n peut s'écrire : $\dfrac{4-\frac{1}{n}}{7+\frac{5}{n}}$ puis en déduire la valeur exacte de la limite de (v_n) en $+\infty$.

$\dfrac{4-\frac{1}{n}}{7+\frac{5}{n}}$: mettre au même dénominateur, puis simplifier.
numérateur de $\dfrac{4-\frac{1}{n}}{7+\frac{5}{n}}$ de la forme $a + \dfrac{b}{n}$ comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{b}{n} = 0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} a + \dfrac{b}{n} = a$;
de même pour le numérateur,
d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{a}{b}$

Exercice 2 — Modélistation

8 points

Dans un espace clos, on étudie une population de *Folium de Descartes*. Cette population était 512 individus en 2023. Les scientifiques estiment que le nombre de foliums diminue de 23 % chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 32.

1. On modélise par F_n le nombre de foliums au premier janvier de l'année $2023+n$. Donc $F_0 = 512$, c'est le nombre de foliums début 2023.

a) Calculer F_1 qui représente le nombre de foliums au premier janvier 2024.

Diminuer de 23 % revient à multiplier par $\left(1-\dfrac{23}{100}\right)=0{,}77$.
donc $F_1 = 0{,}77F_0$

b) Déterminer la nature de la suite (F_n), puis donner l'expression de F_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,77 ; donc (F_n) est une suite géométrique de premier terme $F_0 = 512$ et de raison 0,77.
$F_n = 512 \times 0{,}77^n$

c) Justifier le sens de variation de la suite (F_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

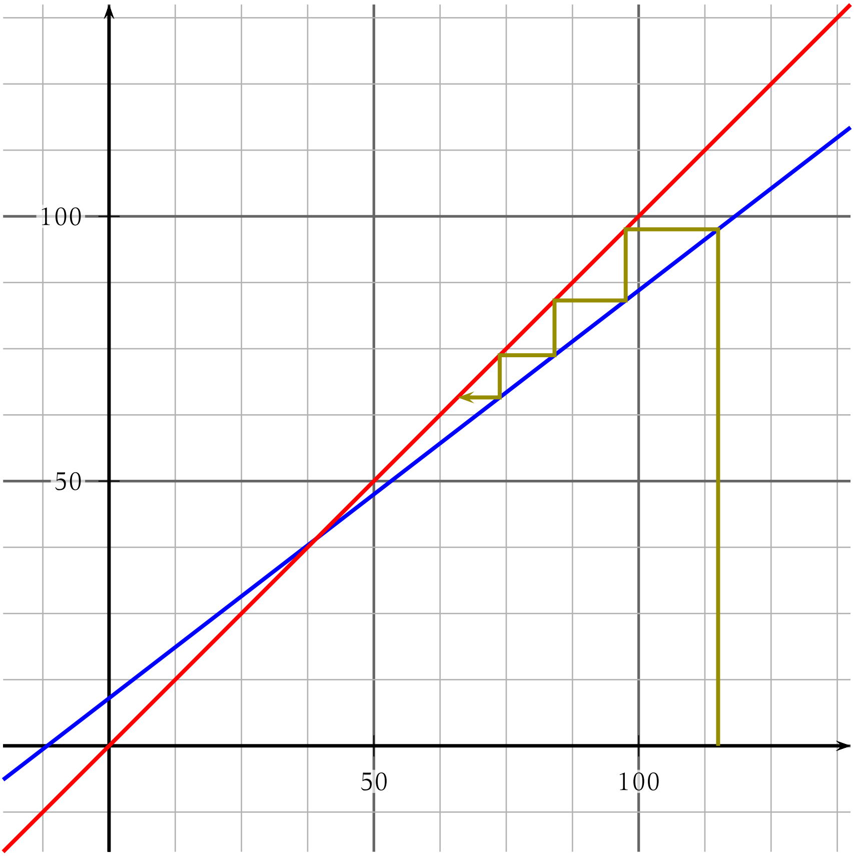
La suite (F_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *foliums de Descartes*, on décide d'en réintroduire 9 chaque début d'année à partir de janvier 2029. Mais leur nombre continue à baisser de 23 % au cours de l'année !
On modélise par D_n le nombre de foliums au début de l'année $2029+n$, donc début janvier 2029 a $D_0 = 115$.

a) Expliquer par un calcul comment a été trouvé le nombre D_0.

nombre de foliums en 2027 : $F_0 \times 0{,}77^6 + 9 = D_0$

b) On admet que pour tout entier n, : $D_{n+1} = 0{,}77D_n + 9$
Le repère représente la droite d'équation $y = 0{,}77x + 9$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (D_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (D_n) et conjecturer la limite de (D_n) en $+\infty$.

la suite (D_n) semble décroissante et converger vers 39.

d) Le nombre de foliums introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ? Jusitfier.

pour en savoir plus sur le *folium de Descartes* : *http://serge.mehl.free.fr/anx/folium_dec.html*

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite *5 points*

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 &= -4 \\ u_{n+1} &= u_n + 10n - 3 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3
2. On admet que les points $A(0;u_0)$, $B(1;u_1)$ et $C(2;u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   a) Déterminer la valeur de c.

   A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = -4 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = -4 \Leftrightarrow c = -4$

   b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.

   Ceci n'est pas le type réponse attendue : voir correction en classe !
   les points B et C donnent :

   $$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 + c = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 + c = u_2 \end{cases}$$

   avec $u_{n+1} = u_n + An + B$, on trouve $a = \dfrac{A}{2}$ et $b = B - \dfrac{A}{2}$

   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

   D'après ce qui précède : $f(x) = 5n^2 - 8n - 4$ et $u_n = f(n)$.

Io2

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

7 points

1. Déterminer la limite en $+\infty$ de :$u_n = -4n^3 + \dfrac{7}{n}$

2. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{6n-5}{7n+5}$.

a) Expliquer pourquoi cette expression ne permet pas de connaître la limite de (v_n) en $+\infty$.

c'est une forme indéterminer du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

b) À l'aide de la calculatrice, trouver une valeur approchée de la limite de (v_n) en $+\infty$.

c) Montrer que pour $n \neq 0$, v_n peut s'écrire : $\dfrac{6-\frac{5}{n}}{7+\frac{5}{n}}$ puis en déduire la valeur exacte de la limite de (v_n) en $+\infty$.

$\dfrac{6-\frac{5}{n}}{7+\frac{5}{n}}$: mettre au même dénominateur, puis simplifier.

numérateur de $\dfrac{6-\frac{5}{n}}{7+\frac{5}{n}}$ de la forme $a+\dfrac{b}{n}$ comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{b}{n} = 0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} a + \dfrac{b}{n} = a$;

de même pour le numérateur,

d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{a}{b}$

Exercice 2 — Modélistation

8 points

Dans un espace clos, on étudie une population de *Folium de Descartes*. Cette population était 512 individus en 2023. Les scientifiques estiment que le nombre de foliums diminue de 26 % chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 32.

1. On modélise par F_n le nombre de foliums au premier janvier de l'année $2023+n$. Donc $\mathrm{F}_0 = 512$, c'est le nombre de foliums début 2023.

a) Calculer F_1 qui représente le nombre de foliums au premier janvier 2024.

Diminuer de 26 % revient à multiplier par $\left(1-\dfrac{26}{100}\right)=0{,}74$.
donc $F_1=0{,}74F_0$

b) Déterminer la nature de la suite (F_n), puis donner l'expression de F_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,74 ; donc (F_n) est une suite géométrique de premier terme $F_0=512$ et de raison 0,74.
$F_n=512\times 0{,}74^n$

c) Justifier le sens de variation de la suite (F_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

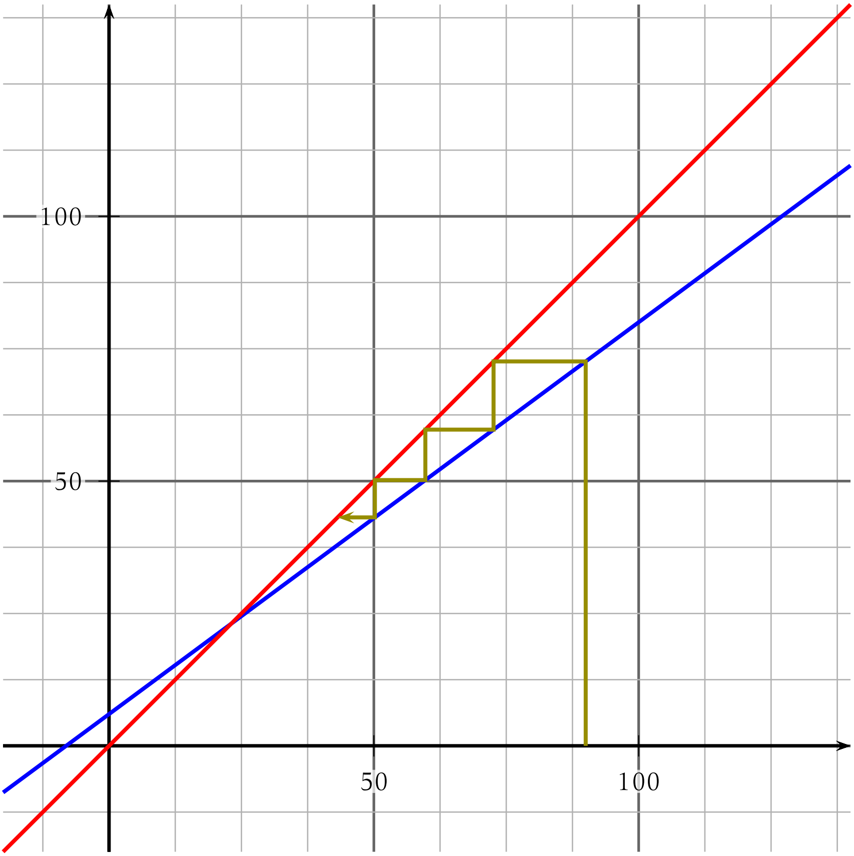
La suite (F_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *foliums de Descartes*, on décide d'en réintroduire 6 chaque début d'année à partir de janvier 2029. Mais leur nombre continue à baisser de 26 % au cours de l'année !
On modélise par D_n le nombre de foliums au début de l'année $2029+n$, donc début janvier 2029 a $D_0=90$.

a) Expliquer par un calcul comment a été trouvé le nombre D_0.

nombre de foliums en 2027 : $F_0\times 0{,}74^6+6=D_0$

b) On admet que pour tout entier n, : $D_{n+1}=0{,}74D_n+6$
Le repère représente la droite d'équation $y=0{,}74x+6$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (D_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (D_n) et conjecturer la limite de (D_n) en $+\infty$.

la suite (D_n) semble décroissante et converger vers 23.

d) Le nombre de foliums introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ? Jusitfier.

pour en savoir plus sur le *folium de Descartes* : *http://serge.mehl.free.fr/anx/folium_dec.html*

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite

5 points

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 & = -2 \\ u_{n+1} & = u_n + 8n - 5 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3

2. On admet que les points $A(0;u_0)$, $B(1;u_1)$ et $C(2;u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

a) Déterminer la valeur de c.

A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = -2 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = -2 \Leftrightarrow c = -2$

b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.

Ceci n'est pas le type réponse attendue : voir correction en classe !
les points B et C donnent :

$$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 + c = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 + c = u_2 \end{cases}$$

avec $u_{n+1} = u_n + An + B$, on trouve $a = \dfrac{A}{2}$ et $b = B - \dfrac{A}{2}$

c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

D'après ce qui précède : $f(x) = 4n^2 - 9n - 2$ et $u_n = f(n)$.