A

Io4

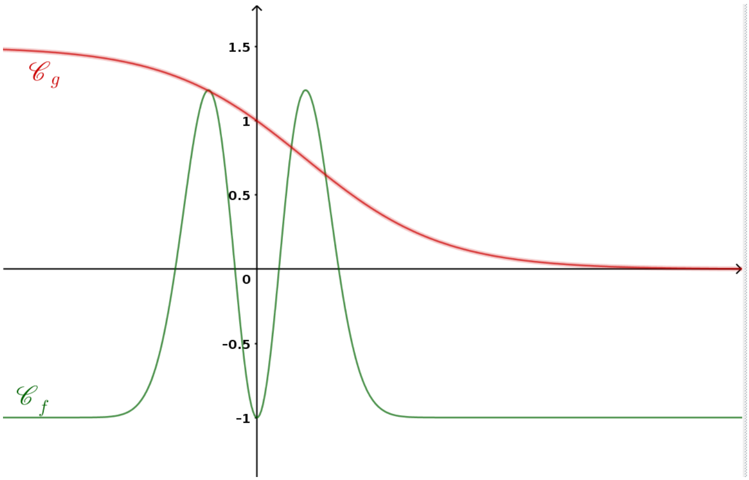
NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

Partie A – Lectures graphiques

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ et les variations ne changent pas en dehors du cadre.

Avec la précision permise par le graphique, compléter :



1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ ....

   sujet A : -1 / sujet B : 1 / sujet C : $0{,}5$ / sujet D : -1

2. $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) =$ ....

   sujet A : $1{,}5$ / sujet B : $-1{,}5$ / sujet C : $+\infty$ / sujet D : $+\infty$

3. La courbe de la fonction f admet la droite d'équation .... comme asymptote en $-\infty$.

sujet A : $y=-1$ / sujet B : $y=1$ / sujet C : $y=0{,}5$ / sujet D : $y=-1$

4. $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+g(x)) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

sujet A : -1 / sujet B : 1 / sujet C : $+\infty$ / sujet D : $+\infty$

5. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

sujet A : $-\dfrac{1}{1{,}5}$ / sujet B : $-\dfrac{1}{1{,}5}$ / sujet C : 0 / sujet D : 0

Partie B – Calculs de limites

Détailler le calcul des limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-2)\mathrm{e}^x$

- sujet A : $\lim\limits_{x\to+\infty} x-2=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^x=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-2)\mathrm{e}^x=+\infty$
- sujet B : $\lim\limits_{x\to+\infty} 5-x=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^x=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}(5-x)\mathrm{e}^x=-\infty$
- sujet C : $\lim\limits_{x\to-\infty} 5-x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}(5-x)\mathrm{e}^{-x}=+\infty$
- sujet D : $\lim\limits_{x\to-\infty} x-3=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-3)\mathrm{e}^{-x}=-\infty$

2. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}+1\right)\mathrm{e}^{-x}$

- sujet A : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{x}+1=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}+1\right)\mathrm{e}^{-x}=+\infty$
- sujet B : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}-1=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{-x}=0$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-1\right)\mathrm{e}^{-x}=0$
- sujet C : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}-3=-3$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-3\right)\mathrm{e}^{x}=-\infty$
- sujet D : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{x}-5=-5$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{x}=0$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}-5\right)\mathrm{e}^{x}=0$

Exercice 2 — Primitives

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer la primitive qui vérifie la contrainte.

1. $f(x) = 3x^2 + 2x + 2$ et $F(0) = 5$
   - sujet A : $f(x) = 3x^2 + 2x + 2$, donc $F(x) = x^3 + x^2 + 3x + k$
     $F(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $F(x) = x^3 + x^2 + 3x + 5$
   - sujet B : $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$, donc $F(x) = x^3 + x^2 + 5x + k$
     $F(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $F(x) = x^3 + x^2 + 5x + 5$
   - sujet C : $f(x) = 3x^2 + 2x - 2$, donc $F(x) = x^3 + x^2 - 2x + k$
     $F(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $F(x) = x^3 + x^2 - 2x + 5$
   - sujet D : $f(x) = 3x^2 + 2x - 7$, donc $F(x) = x^3 + x^2 - 7x + k$
     $F(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $F(x) = x^3 + x^2 - 7x + 5$
2. $g(x) = e^{x+1} - 3x$ et $G(-1) = 0$
   - sujet A : $g(x) = e^{x+1} - 3x$, donc $G(x) = e^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 + k$
     $G(-1) = 0 \Leftrightarrow e^0 - \frac{3}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$, donc $G(x) = e^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}$
   - sujet B : $g(x) = e^{x+1} + 3x$, donc $G(x) = e^{x+1} + \frac{3}{2}x^2 + k$
     $G(-1) = 0 \Leftrightarrow e^0 + \frac{3}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{5}{2}$, donc $G(x) = e^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}$
   - sujet C : $g(x) = e^{x+1} + 5x$, donc $G(x) = e^{x+1} + \frac{5}{2}x^2 + k$
     $G(-1) = 0 \Leftrightarrow e^0 + \frac{5}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{7}{2}$, donc $G(x) = e^{x+1} + \frac{5}{2}x^2 - \frac{7}{2}$
   - sujet D : $g(x) = e^{x+1} - 7x$, donc $G(x) = e^{x+1} - \frac{7}{2}x^2 + k$
     $G(-1) = 0 \Leftrightarrow e^0 - \frac{7}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{5}{2}$, donc $G(x) = e^{x+1} - \frac{7}{2}x^2 + \frac{5}{2}$
3. $h(x) = 4e^{3x+2}$ et $H(0) = 0$

- sujet A : $h(x) = 4\,e^{3x+2}$, donc $H(x) = \frac{4}{3}\,e^{3x+2} + k$

  $H(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{3}\,e^{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{4}{3}\,e^{2}$, donc $H(x) = \frac{4}{3}\,e^{3x+2} - \frac{4}{3}\,e^{2}$
- sujet B : $h(x) = 5\,e^{2x+3}$, donc $H(x) = \frac{5}{2}\,e^{2x+3} + k$

  $H(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2}\,e^{3} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{5}{2}\,e^{3}$, donc $H(x) = \frac{5}{2}\,e^{2x+3} - \frac{5}{2}\,e^{3}$
- sujet C : $h(x) = 5\,e^{4x+7}$, donc $H(x) = \frac{5}{4}\,e^{4x+7} + k$

  $H(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{4}\,e^{7} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{5}{4}\,e^{7}$, donc $H(x) = \frac{5}{4}\,e^{4x+7} - \frac{5}{4}\,e^{7}$
- sujet D : $h(x) = 4\,e^{7x+2}$, donc $H(x) = \frac{4}{7}\,e^{7x+2} + k$

  $H(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{7}\,e^{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{4}{7}\,e^{2}$, donc $H(x) = \frac{4}{7}\,e^{7x+2} - \frac{4}{7}\,e^{2}$

Exercice 3 — Équations différentielles

Résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 3y$

   $f(x) = k\,e^{ax}$ (formule du cours)

2. $5y' = 3y$

   de la forme : $\alpha y' = \beta y \Leftrightarrow y' = \frac{\beta}{\alpha} y$

   donc $f(x) = k\,e^{\frac{\beta}{\alpha} x}$

3. $4y' - 3y = 0$

   de la forme : $\alpha y' - \beta y = 0 \Leftrightarrow y' = \frac{\beta}{\alpha} y$

   donc $f(x) = k\,e^{\frac{\beta}{\alpha} x}$

4. $y' = 3y - 6$

   $f(x) = k\,e^{ax} - \frac{b}{a}$

5. $3y + 4y' = 12$

de la forme : $\alpha y + \beta y' = \gamma \Leftrightarrow y' = \dfrac{-\alpha}{\beta} y + \dfrac{\gamma}{\beta}$

donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{-\alpha}{\beta}x} + \dfrac{\gamma}{\alpha}$

B io4

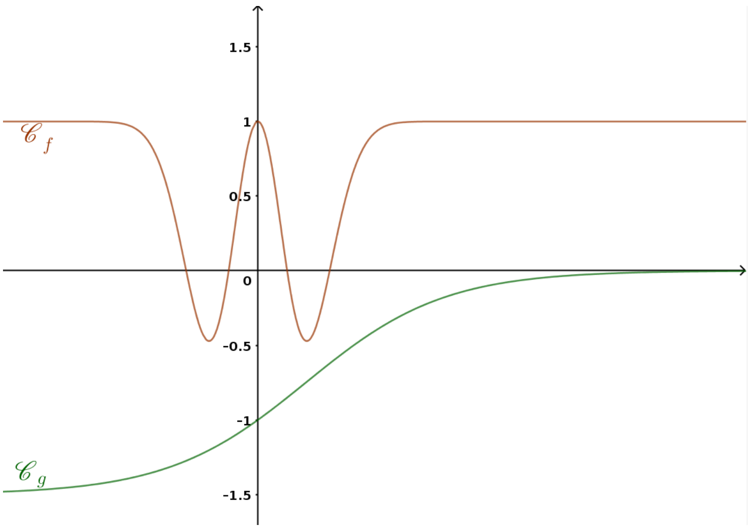
NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

Partie A – Lectures graphiques

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ et les variations ne changent pas en dehors du cadre.

Avec la précision permise par le graphique, compléter :



1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ ....
   sujet A : -1 / sujet B : 1 / sujet C : $0{,}5$ / sujet D : -1

2. $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) =$ ....
   sujet A : $1{,}5$ / sujet B : $-1{,}5$ / sujet C : $+\infty$ / sujet D : $+\infty$

3. La courbe de la fonction f admet la droite d'équation .... comme asymptote en $-\infty$.

sujet A : $y=-1$ / sujet B : $y=1$ / sujet C : $y=0{,}5$ / sujet D : $y=-1$

4. $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+g(x)) =$ ....

sujet A : -1 / sujet B : 1 / sujet C : $+\infty$ / sujet D : $+\infty$

5. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)} =$ ....

sujet A : $-\dfrac{1}{1{,}5}$ / sujet B : $-\dfrac{1}{1{,}5}$ / sujet C : 0 / sujet D : 0

Partie B – Calculs de limites

Détailler le calcul des limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}(5-x)\mathrm{e}^x$

- sujet A : $\lim\limits_{x\to+\infty} x-2=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^x=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-2)\mathrm{e}^x=+\infty$
- sujet B : $\lim\limits_{x\to+\infty} 5-x=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^x=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}(5-x)\mathrm{e}^x=-\infty$
- sujet C : $\lim\limits_{x\to-\infty} 5-x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}(5-x)\mathrm{e}^{-x}=+\infty$
- sujet D : $\lim\limits_{x\to-\infty} x-3=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-3)\mathrm{e}^{-x}=-\infty$

2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-1\right)\mathrm{e}^{-x}$

- sujet A : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{x}+1=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}+1\right)\mathrm{e}^{-x}=+\infty$
- sujet B : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}-1=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{-x}=0$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-1\right)\mathrm{e}^{-x}=0$
- sujet C : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}-3=-3$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-3\right)\mathrm{e}^{x}=-\infty$
- sujet D : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{x}-5=-5$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{x}=0$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}-5\right)\mathrm{e}^{x}=0$

Exercice 2 — Primitives

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer la primitive qui vérifie la contrainte.

1. $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ et $F(0) = 5$
   - sujet A : $f(x) = 3x^2 + 2x + 2$, donc $F(x) = x^3 + x^2 + 3x + k$
     $F(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $F(x) = x^3 + x^2 + 3x + 5$
   - sujet B : $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$, donc $F(x) = x^3 + x^2 + 5x + k$
     $F(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $F(x) = x^3 + x^2 + 5x + 5$
   - sujet C : $f(x) = 3x^2 + 2x - 2$, donc $F(x) = x^3 + x^2 - 2x + k$
     $F(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $F(x) = x^3 + x^2 - 2x + 5$
   - sujet D : $f(x) = 3x^2 + 2x - 7$, donc $F(x) = x^3 + x^2 - 7x + k$
     $F(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $F(x) = x^3 + x^2 - 7x + 5$
2. $g(x) = e^{x+1} + 3x$ et $G(-1) = 0$
   - sujet A : $g(x) = e^{x+1} - 3x$, donc $G(x) = e^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 + k$
     $G(-1) = 0 \Leftrightarrow e^0 - \frac{3}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$, donc $G(x) = e^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}$
   - sujet B : $g(x) = e^{x+1} + 3x$, donc $G(x) = e^{x+1} + \frac{3}{2}x^2 + k$
     $G(-1) = 0 \Leftrightarrow e^0 + \frac{3}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{5}{2}$, donc $G(x) = e^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}$
   - sujet C : $g(x) = e^{x+1} + 5x$, donc $G(x) = e^{x+1} + \frac{5}{2}x^2 + k$
     $G(-1) = 0 \Leftrightarrow e^0 + \frac{5}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{7}{2}$, donc $G(x) = e^{x+1} + \frac{5}{2}x^2 - \frac{7}{2}$
   - sujet D : $g(x) = e^{x+1} - 7x$, donc $G(x) = e^{x+1} - \frac{7}{2}x^2 + k$
     $G(-1) = 0 \Leftrightarrow e^0 - \frac{7}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{5}{2}$, donc $G(x) = e^{x+1} - \frac{7}{2}x^2 + \frac{5}{2}$
3. $h(x) = 5\,e^{2x+3}$ et $H(0) = 0$

- sujet A : $h(x) = 4\,\mathrm{e}^{3x+2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{3x+2} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{3x+2} - \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{2}$
- sujet B : $h(x) = 5\,\mathrm{e}^{2x+3}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{2x+3} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{3} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{3}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{2x+3} - \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{3}$
- sujet C : $h(x) = 5\,\mathrm{e}^{4x+7}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{4x+7} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{7} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{7}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{4x+7} - \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{7}$
- sujet D : $h(x) = 4\,\mathrm{e}^{7x+2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{7x+2} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{7x+2} - \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{2}$

Exercice 3 — Équations différentielles

Résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 7y$

   $f(x) = k\,\mathrm{e}^{ax}$ (formule du cours)

2. $6y' = 4y$

   de la forme : $\alpha y' = \beta y \Leftrightarrow y' = \dfrac{\beta}{\alpha} y$

   donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{\beta}{\alpha}x}$
3. $5y' - 7y = 0$

   de la forme : $\alpha y' - \beta y = 0 \Leftrightarrow y' = \dfrac{\beta}{\alpha} y$

   donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{\beta}{\alpha}x}$
4. $y' = 3y - 9$

   $f(x) = k\,\mathrm{e}^{ax} - \dfrac{b}{a}$

5. $5y + 2y' = 10$

de la forme : $\alpha y + \beta y' = \gamma \Leftrightarrow y' = \dfrac{-\alpha}{\beta} y + \dfrac{\gamma}{\beta}$

donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{-\alpha}{\beta}x} + \dfrac{\gamma}{\alpha}$

C io4

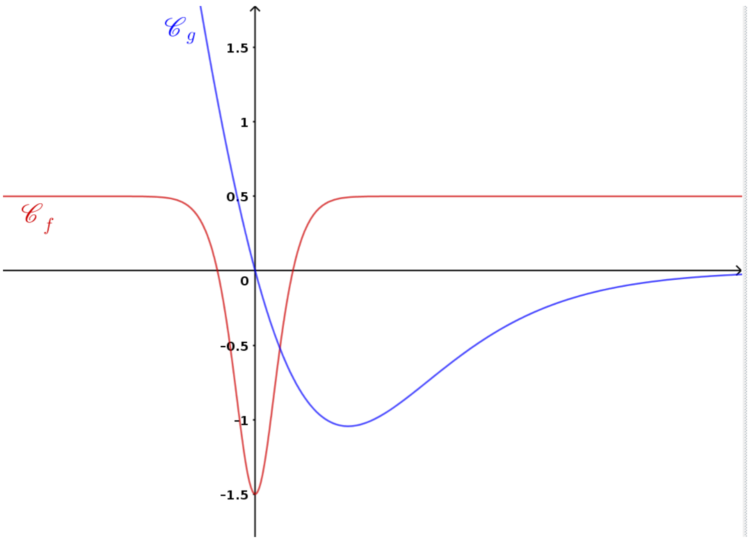
NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

Partie A – Lectures graphiques

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ et les variations ne changent pas en dehors du cadre.

Avec la précision permise par le graphique, compléter :



1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$
   sujet A : -1 / sujet B : 1 / sujet C : 0,5 / sujet D : -1

2. $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$
   sujet A : 1,5 / sujet B : $-1{,}5$ / sujet C : $+\infty$ / sujet D : $+\infty$

3. La courbe de la fonction f admet la droite d'équation .... comme asymptote en $-\infty$.

sujet A : $y=-1$ / sujet B : $y=1$ / sujet C : $y=0{,}5$ / sujet D : $y=-1$

4. $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+g(x)) =$ ....

sujet A : -1 / sujet B : 1 / sujet C : $+\infty$ / sujet D : $+\infty$

5. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)} =$ ....

sujet A : $-\dfrac{1}{1{,}5}$ / sujet B : $-\dfrac{1}{1{,}5}$ / sujet C : 0 / sujet D : 0

Partie B – Calculs de limites

Détailler le calcul des limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to-\infty}(5-x)\mathrm{e}^{-x}$
   - sujet A : $\lim\limits_{x\to+\infty} x-2=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-2)\mathrm{e}^{x}=+\infty$
   - sujet B : $\lim\limits_{x\to+\infty} 5-x=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}(5-x)\mathrm{e}^{x}=-\infty$
   - sujet C : $\lim\limits_{x\to-\infty} 5-x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}(5-x)\mathrm{e}^{-x}=+\infty$
   - sujet D : $\lim\limits_{x\to-\infty} x-3=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-3)\mathrm{e}^{-x}=-\infty$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-3\right)\mathrm{e}^{x}$
   - sujet A : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{x}+1=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}+1\right)\mathrm{e}^{-x}=+\infty$
   - sujet B : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}-1=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{-x}=0$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-1\right)\mathrm{e}^{-x}=0$
   - sujet C : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}-3=-3$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-3\right)\mathrm{e}^{x}=-\infty$
   - sujet D : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{x}-5=-5$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{x}=0$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}-5\right)\mathrm{e}^{x}=0$

Exercice 2 — Primitives

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer la primitive qui vérifie la contrainte.

1. $f(x) = 3x^2 + 2x - 2$ et $\mathrm{F}(0) = 5$
   - sujet A : $f(x) = 3x^2 + 2x + 2$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 + 3x + k$
     $\mathrm{F}(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 + 3x + 5$
   - sujet B : $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 + 5x + k$
     $\mathrm{F}(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 + 5x + 5$
   - sujet C : $f(x) = 3x^2 + 2x - 2$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 - 2x + k$
     $\mathrm{F}(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 - 2x + 5$
   - sujet D : $f(x) = 3x^2 + 2x - 7$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 - 7x + k$
     $\mathrm{F}(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 - 7x + 5$
2. $g(x) = \mathrm{e}^{x+1} + 5x$ et $\mathrm{G}(-1) = 0$
   - sujet A : $g(x) = \mathrm{e}^{x+1} - 3x$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 + k$
     $\mathrm{G}(-1) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^0 - \frac{3}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}$
   - sujet B : $g(x) = \mathrm{e}^{x+1} + 3x$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} + \frac{3}{2}x^2 + k$
     $\mathrm{G}(-1) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^0 + \frac{3}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{5}{2}$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}$
   - sujet C : $g(x) = \mathrm{e}^{x+1} + 5x$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} + \frac{5}{2}x^2 + k$
     $\mathrm{G}(-1) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^0 + \frac{5}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{7}{2}$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} + \frac{5}{2}x^2 - \frac{7}{2}$
   - sujet D : $g(x) = \mathrm{e}^{x+1} - 7x$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} - \frac{7}{2}x^2 + k$
     $\mathrm{G}(-1) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^0 - \frac{7}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{5}{2}$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} - \frac{7}{2}x^2 + \frac{5}{2}$
3. $h(x) = 5\,\mathrm{e}^{4x+7}$ et $\mathrm{H}(0) = 0$

- sujet A : $h(x) = 4\,\mathrm{e}^{3x+2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{3x+2} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{3x+2} - \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{2}$
- sujet B : $h(x) = 5\,\mathrm{e}^{2x+3}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{2x+3} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{3} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{3}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{2x+3} - \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{3}$
- sujet C : $h(x) = 5\,\mathrm{e}^{4x+7}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{4x+7} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{7} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{7}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{4x+7} - \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{7}$
- sujet D : $h(x) = 4\,\mathrm{e}^{7x+2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{7x+2} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{7x+2} - \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{2}$

Exercice 3 — Équations différentielles

Résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 2y$

   $f(x) = k\,\mathrm{e}^{ax}$ (formule du cours)

2. $7y' = 3y$

   de la forme : $\alpha y' = \beta y \Leftrightarrow y' = \dfrac{\beta}{\alpha} y$

   donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{\beta}{\alpha}x}$

3. $8y' - 10y = 0$

   de la forme : $\alpha y' - \beta y = 0 \Leftrightarrow y' = \dfrac{\beta}{\alpha} y$

   donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{\beta}{\alpha}x}$

4. $y' = 5y - 10$

   $f(x) = k\,\mathrm{e}^{ax} - \dfrac{b}{a}$

5. $5y + 3y' = 15$

de la forme : $\alpha y + \beta y' = \gamma \Leftrightarrow y' = \dfrac{-\alpha}{\beta} y + \dfrac{\gamma}{\beta}$

donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{-\alpha}{\beta}x} + \dfrac{\gamma}{\alpha}$

D io4

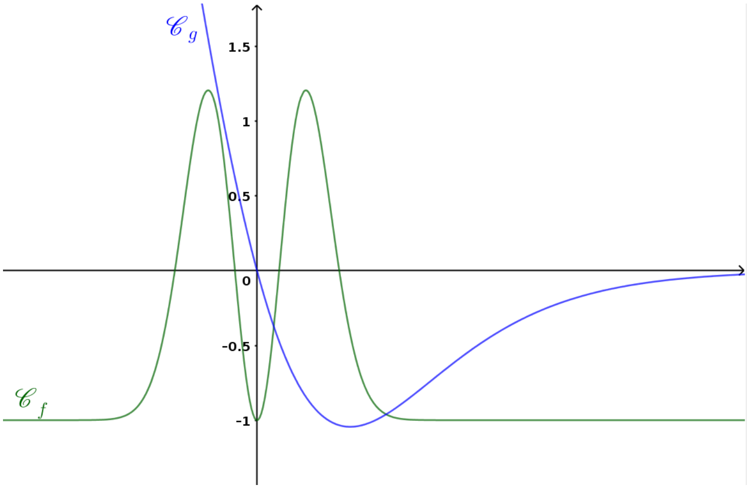
NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

Partie A – Lectures graphiques

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ et les variations ne changent pas en dehors du cadre.

Avec la précision permise par le graphique, compléter :



1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

   sujet A : -1 / sujet B : 1 / sujet C : $0{,}5$ / sujet D : -1

2. $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

   sujet A : $1{,}5$ / sujet B : $-1{,}5$ / sujet C : $+\infty$ / sujet D : $+\infty$

3. La courbe de la fonction f admet la droite d'équation .... comme asymptote en $-\infty$.

sujet A : $y=-1$ / sujet B : $y=1$ / sujet C : $y=0{,}5$ / sujet D : $y=-1$

4. $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+g(x)) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

sujet A : -1 / sujet B : 1 / sujet C : $+\infty$ / sujet D : $+\infty$

5. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

sujet A : $-\dfrac{1}{1{,}5}$ / sujet B : $-\dfrac{1}{1{,}5}$ / sujet C : 0 / sujet D : 0

Partie B – Calculs de limites

Détailler le calcul des limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-3)\mathrm{e}^{-x}$
   - sujet A : $\lim\limits_{x\to+\infty} x-2=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-2)\mathrm{e}^{x}=+\infty$
   - sujet B : $\lim\limits_{x\to+\infty} 5-x=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}(5-x)\mathrm{e}^{x}=-\infty$
   - sujet C : $\lim\limits_{x\to-\infty} 5-x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}(5-x)\mathrm{e}^{-x}=+\infty$
   - sujet D : $\lim\limits_{x\to-\infty} x-3=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-3)\mathrm{e}^{-x}=-\infty$
2. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}-5\right)\mathrm{e}^{x}$
   - sujet A : $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{x}+1=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{-x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}+1\right)\mathrm{e}^{-x}=+\infty$
   - sujet B : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{x}-1=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-x}=0$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-1\right)\mathrm{e}^{-x}=0$
   - sujet C : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{x}-3=-3$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{x}=+\infty$; donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-3\right)\mathrm{e}^{x}=-\infty$
   - sujet D : $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{x}-5=-5$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{x}=0$; donc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}-5\right)\mathrm{e}^{x}=0$

Exercice 2 — Primitives

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer la primitive qui vérifie la contrainte.

1. $f(x) = 3x^2 + 2x - 7$ et $\mathrm{F}(0) = 5$
   - sujet A : $f(x) = 3x^2 + 2x + 2$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 + 3x + k$
     $\mathrm{F}(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 + 3x + 5$
   - sujet B : $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 + 5x + k$
     $\mathrm{F}(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 + 5x + 5$
   - sujet C : $f(x) = 3x^2 + 2x - 2$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 - 2x + k$
     $\mathrm{F}(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 - 2x + 5$
   - sujet D : $f(x) = 3x^2 + 2x - 7$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 - 7x + k$
     $\mathrm{F}(0) = 5 \Leftrightarrow k = 5$, donc $\mathrm{F}(x) = x^3 + x^2 - 7x + 5$
2. $g(x) = \mathrm{e}^{x+1} - 7x$ et $\mathrm{G}(-1) = 0$
   - sujet A : $g(x) = \mathrm{e}^{x+1} - 3x$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 + k$
     $\mathrm{G}(-1) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^0 - \frac{3}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}$
   - sujet B : $g(x) = \mathrm{e}^{x+1} + 3x$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} + \frac{3}{2}x^2 + k$
     $\mathrm{G}(-1) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^0 + \frac{3}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{5}{2}$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}$
   - sujet C : $g(x) = \mathrm{e}^{x+1} + 5x$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} + \frac{5}{2}x^2 + k$
     $\mathrm{G}(-1) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^0 + \frac{5}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{7}{2}$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} + \frac{5}{2}x^2 - \frac{7}{2}$
   - sujet D : $g(x) = \mathrm{e}^{x+1} - 7x$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} - \frac{7}{2}x^2 + k$
     $\mathrm{G}(-1) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^0 - \frac{7}{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{5}{2}$, donc $\mathrm{G}(x) = \mathrm{e}^{x+1} - \frac{7}{2}x^2 + \frac{5}{2}$
3. $h(x) = 4\,\mathrm{e}^{7x+2}$ et $\mathrm{H}(0) = 0$

- sujet A : $h(x) = 4\,\mathrm{e}^{3x+2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{3x+2} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{3x+2} - \dfrac{4}{3}\,\mathrm{e}^{2}$
- sujet B : $h(x) = 5\,\mathrm{e}^{2x+3}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{2x+3} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{3} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{3}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{2x+3} - \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{3}$
- sujet C : $h(x) = 5\,\mathrm{e}^{4x+7}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{4x+7} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{7} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{7}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{4x+7} - \dfrac{5}{4}\,\mathrm{e}^{7}$
- sujet D : $h(x) = 4\,\mathrm{e}^{7x+2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{7x+2} + k$

  $\mathrm{H}(0) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{2} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{2}$, donc $\mathrm{H}(x) = \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{7x+2} - \dfrac{4}{7}\,\mathrm{e}^{2}$

Exercice 3 — Équations différentielles

Résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y' = 5y$

   $f(x) = k\,\mathrm{e}^{ax}$ (formule du cours)

2. $4y' = 7y$

   de la forme : $\alpha y' = \beta y \Leftrightarrow y' = \dfrac{\beta}{\alpha} y$

   donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{\beta}{\alpha}x}$
3. $4y' - 2y = 0$

   de la forme : $\alpha y' - \beta y = 0 \Leftrightarrow y' = \dfrac{\beta}{\alpha} y$

   donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{\beta}{\alpha}x}$
4. $y' = 4y - 8$

   $f(x) = k\,\mathrm{e}^{ax} - \dfrac{b}{a}$

5. $6y + 2y' = 12$

de la forme : $\alpha y + \beta y' = \gamma \Leftrightarrow y' = \dfrac{-\alpha}{\beta} y + \dfrac{\gamma}{\beta}$

donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{-\alpha}{\beta}x} + \dfrac{\gamma}{\alpha}$