

Exercice 1 — Fonctions dérivées

5 points

1. Donner l'expression des fonctions dérivées en détaillant les calculs (inutile de réduire au même dénominateur).

a) $f(x) = 4 + \sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$. b) $g(x) = x^4 - \frac{5}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$.

a) $x \mapsto \sqrt{x}$ a pour dérivée $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$
la dérivée d'une fonction constante est nulle.

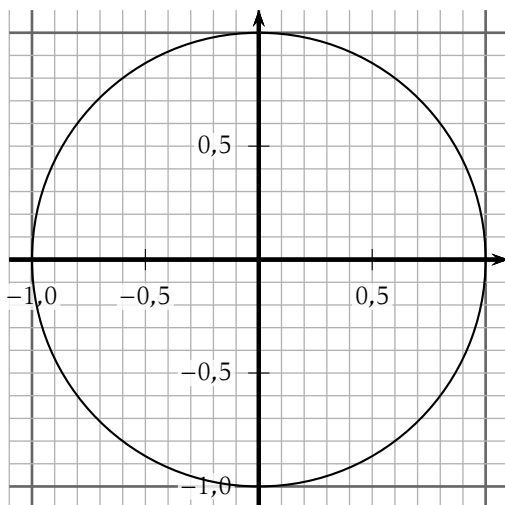
b) $x \mapsto x^4$ a pour dérivée $x \mapsto 4x^3$
 $x \mapsto k \times \frac{1}{x}$ a pour dérivée $x \mapsto k \times \frac{-1}{x^2}$

Exercice 2 — Trigonométrie

6 points

Soient les réels $a = \frac{\pi}{3}$; $b = \frac{-\pi}{4}$; $c = \frac{20\pi}{6}$ et $d = \frac{2025\pi}{3}$.

1. Placer les points A, B, C et D associés aux angles a ; b ; c et d sur le cercle trigonométrique en expliquant votre méthode.



- a) $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître ;
- b) $b \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître et symétrie par rapport aux abscisses ;
- c) $c \in [2\pi; 4\pi]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître et en comptant le nombre de tours ;
- d) $d = \frac{2025\pi}{3} = \frac{2022\pi}{3} + \frac{3\pi}{3} = 674\pi + \pi = 337 \times (2\pi) + \pi$
donc d est à la même place que π .

2. Donner un réel x de $] -\pi; \pi]$ qui vérifie $\cos(x) > 0$ et $\sin(x) < 0$.

3. Lors d'un contrôle, Arnufle vient de trouver que le cosinus d'un certain réel x est $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Dire, en justifiant, si Arnufle peut obtenir la note maximale à cette question.

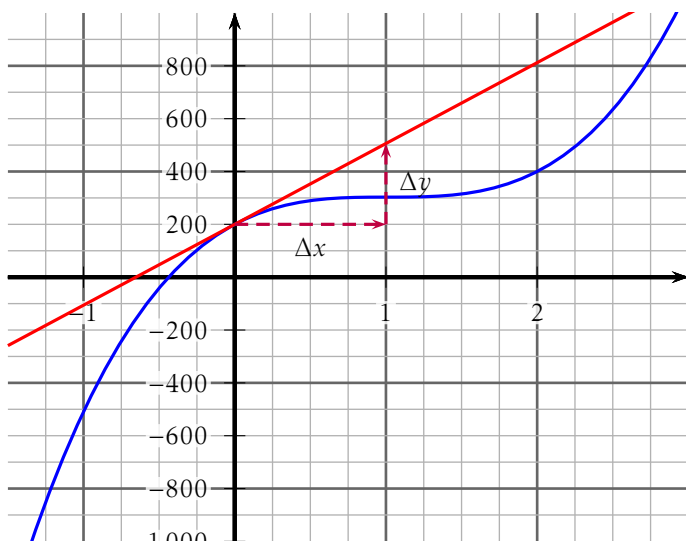
Quelque soit le réel x , $-1 \leq \cos(x) \leq 1$, or $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \notin [-1; 1]$, donc le résultat d'Arnufle est faux... peut être des points pour le début du calcul ?

Exercice 3 — Une cubique

11 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 100x^3 - 303x^2 + 306x + 200$.

Le graphique donne la représentation de la fonction f sur $[-1,5; 3]$



1. Lecture graphiques

- a) À l'aide d'une lecture graphique donner le sens de variation de la fonction f sur $[-1,5;3]$.

La fonction semble croissante.

- b) Tracer du mieux possible la tangente à la courbe de f au point $A(0;200)$.
 c) À l'aide d'une lecture graphique, donner la valeur de $f'(0)$.

$f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0; on lit $f'(0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} \approx 300$.

2. Calculs

- a) En remarquant que f est la somme des fonctions : $u(x) = 100x^3$; $v(x) = -303x^2$ et d'une fonction affine, déterminer l'expression de $f'(x)$ en détaillant les calculs.

- $u(x) = 100x^3$; u est de la forme $k \times x^3$ avec $k = 100$, et la dérivée de $x \mapsto x^3$ et $x \mapsto 3x^2$; donc $u'(x) = 100 \times 3x^2 = 300x^2$.
- $v(x) = -303x^2$; v est de la forme $k \times x^2$ avec $k = -303$, et la dérivée de $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto 2x$; donc $v'(x) = -303 \times 2x = -606x$.
- $w(x) = 306x + k$, c'est une fonction affine, donc $w'(x) = 306$
- on a donc $f'(x) = 300x^2 - 606x + 306$

- b) Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point $A(0;200)$.

L'équation de la tangente au point d'abscisse a est donnée par :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

$$\text{Ici } a = 0, \text{ donc } y = f'(0)x + f(0) = 306x + 200$$

- c) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-1,5;3]$, puis interpréter le résultat obtenu.

On cherche le signe de $f'(x) = 300x^2 - 606x + 306$, qui est un polynôme du second degré; le coefficient de x^2 est positif, donc la représentation de f' est une parabole orientée « vers le haut ».

On remarque que 1 est une racine du polynôme; on en déduit à l'aide du produit des racines que l'autre racine est $\frac{306}{300} = 1,02$.

On en déduit que $f'(x)$ est négative sur $[1;1,02]$; donc la fonction n'est pas croissante sur $[-1,5;3]$!

Exercice 1 — Fonctions dérivées

5 points

1. Donner l'expression des fonctions dérivées en détaillant les calculs (inutile de réduire au même dénominateur).

a) $f(x) = 2 + \sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$. b) $g(x) = x^4 - \frac{7}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$.

a) $x \mapsto \sqrt{x}$ a pour dérivée $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$
la dérivée d'une fonction constante est nulle.

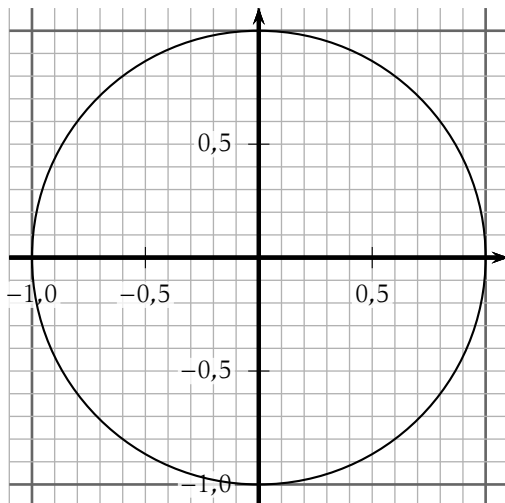
b) $x \mapsto x^4$ a pour dérivée $x \mapsto 4x^3$
 $x \mapsto k \times \frac{1}{x}$ a pour dérivée $x \mapsto k \times \frac{-1}{x^2}$

Exercice 2 — Trigonométrie

6 points

Soient les réels $a = \frac{\pi}{6}$; $b = \frac{-\pi}{3}$; $c = \frac{20\pi}{4}$ et $d = \frac{2025\pi}{3}$.

1. Placer les points A, B, C et D associés aux angles a ; b ; c et d sur le cercle trigonométrique en expliquant votre méthode.



- a) $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître ;
- b) $b \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître et symétrie par rapport aux abscisses ;
- c) $c \in [2\pi; 4\pi]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître et en comptant le nombre de tours ;
- d) $d = \frac{2025\pi}{3} = \frac{2022\pi}{3} + \frac{3\pi}{3} = 674\pi + \pi = 337 \times (2\pi) + \pi$
donc d est à la même place que π .

2. Donner un réel x de $]-\pi; \pi]$ qui vérifie $\cos(x) < 0$ et $\sin(x) < 0$.

3. Lors d'un contrôle, Arnufle vient de trouver que le cosinus d'un certain réel x est $\frac{4-\sqrt{2}}{2}$.

Dire, en justifiant, si Arnufle peut obtenir la note maximale à cette question.

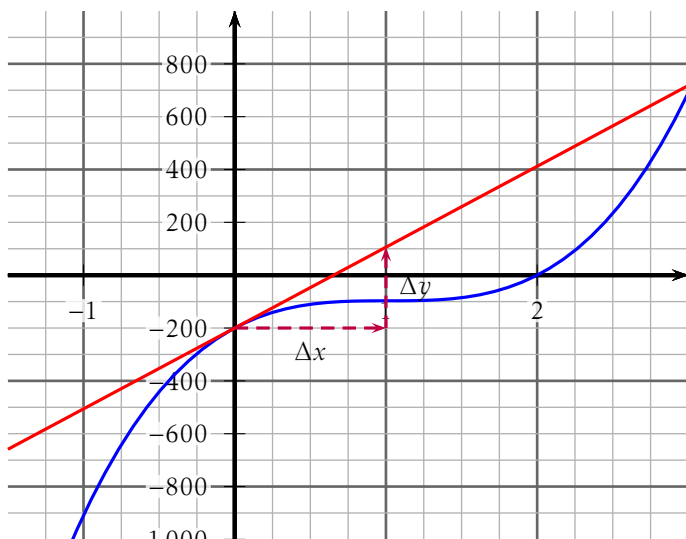
Quelque soit le réel x , $-1 \leq \cos(x) \leq 1$, or $\frac{4-\sqrt{2}}{2} \notin [-1; 1]$, donc le résultat d'Arnufle est faux... peut être des points pour le début du calcul ?

Exercice 3 — Une cubique

11 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 100x^3 - 303x^2 + 306x - 200$.

Le graphique donne la représentation de la fonction f sur $[-1,5; 3]$



1. Lecture graphiques

- a) À l'aide d'une lecture graphique donner le sens de variation de la fonction f sur $[-1,5;3]$.

La fonction semble croissante.

- b) Tracer du mieux possible la tangente à la courbe de f au point $A(0;-200)$.
 c) À l'aide d'une lecture graphique, donner la valeur de $f'(0)$.

$f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0; on lit $f'(0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} \approx 300$.

2. Calculs

- a) En remarquant que f est la somme des fonctions : $u(x) = 100x^3$; $v(x) = -303x^2$ et d'une fonction affine, déterminer l'expression de $f'(x)$ en détaillant les calculs.

- $u(x) = 100x^3$; u est de la forme $k \times x^3$ avec $k = 100$, et la dérivée de $x \mapsto x^3$ et $x \mapsto 3x^2$; donc $u'(x) = 100 \times 3x^2 = 300x^2$.
- $v(x) = -303x^2$; v est de la forme $k \times x^2$ avec $k = -303$, et la dérivée de $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto 2x$; donc $v'(x) = -303 \times 2x = -606x$.
- $w(x) = 306x + k$, c'est une fonction affine, donc $w'(x) = 306$
- on a donc $f'(x) = 300x^2 - 606x + 306$

- b) Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point $A(0;-200)$.

L'équation de la tangente au point d'abscisse a est donnée par :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

$$\text{Ici } a = 0, \text{ donc } y = f'(0)x + f(0) = 306x - 200$$

- c) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-1,5;3]$, puis interpréter le résultat obtenu.

On cherche le signe de $f'(x) = 300x^2 - 606x + 306$, qui est un polynôme du second degré; le coefficient de x^2 est positif, donc la représentation de f' est une parabole orientée « vers le haut ».

On remarque que 1 est une racine du polynôme; on en déduit à l'aide du produit des racines que l'autre racine est $\frac{306}{300} = 1,02$.

On en déduit que $f'(x)$ est négative sur $[1;1,02]$; donc la fonction n'est pas croissante sur $[-1,5;3]$!

Exercice 1 — Fonctions dérivées

5 points

1. Donner l'expression des fonctions dérivées en détaillant les calculs (inutile de réduire au même dénominateur).

a) $f(x) = 3 + \sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$. b) $g(x) = x^4 - \frac{3}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$.

a) $x \mapsto \sqrt{x}$ a pour dérivée $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$
la dérivée d'une fonction constante est nulle.

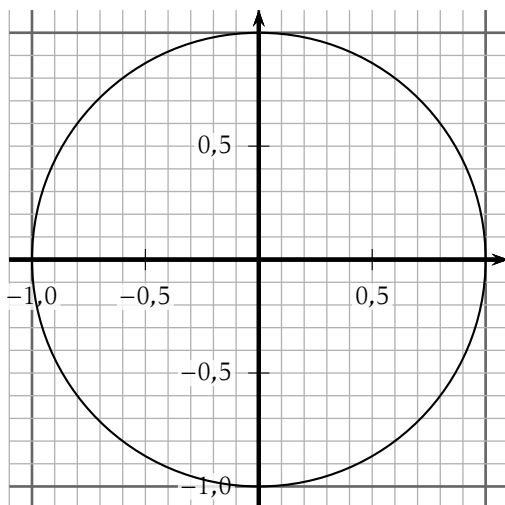
b) $x \mapsto x^4$ a pour dérivée $x \mapsto 4x^3$
 $x \mapsto k \times \frac{1}{x}$ a pour dérivée $x \mapsto k \times \frac{-1}{x^2}$

Exercice 2 — Trigonométrie

6 points

Soient les réels $a = \frac{\pi}{4}$; $b = \frac{-\pi}{6}$; $c = \frac{17\pi}{3}$ et $d = \frac{2025\pi}{3}$.

1. Placer les points A, B, C et D associés aux angles a ; b ; c et d sur le cercle trigonométrique en expliquant votre méthode.



- a) $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître ;
- b) $b \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître et symétrie par rapport aux abscisses ;
- c) $c \in [2\pi; 4\pi]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître et en comptant le nombre de tours ;
- d) $d = \frac{2025\pi}{3} = \frac{2022\pi}{3} + \frac{3\pi}{3} = 674\pi + \pi = 337 \times (2\pi) + \pi$
donc d est à la même place que π .

2. Donner un réel x de $] -\pi; \pi]$ qui vérifie $\cos(x) < 0$ et $\sin(x) > 0$.

3. Lors d'un contrôle, Arnufle vient de trouver que le cosinus d'un certain réel x est $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$.

Dire, en justifiant, si Arnufle peut obtenir la note maximale à cette question.

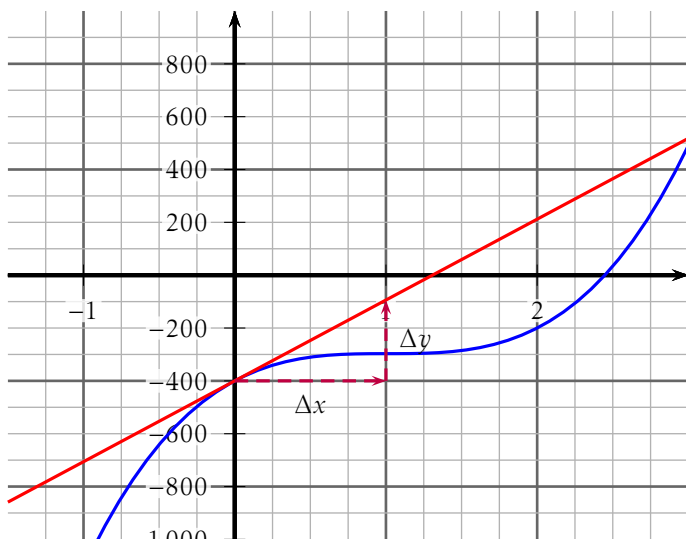
Quelque soit le réel x , $-1 \leq \cos(x) \leq 1$, or $\frac{1 + \sqrt{3}}{2} \notin [-1; 1]$, donc le résultat d'Arnufle est faux... peut être des points pour le début du calcul ?

Exercice 3 — Une cubique

11 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 100x^3 - 303x^2 + 306x - 400$.

Le graphique donne la représentation de la fonction f sur $[-1,5; 3]$



1. Lecture graphiques

- a) À l'aide d'une lecture graphique donner le sens de variation de la fonction f sur $[-1, 5; 3]$.

La fonction semble croissante.

- b) Tracer du mieux possible la tangente à la courbe de f au point $A(0; -400)$.
 c) À l'aide d'une lecture graphique, donner la valeur de $f'(0)$.

$f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0; on lit $f'(0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} \approx 300$.

2. Calculs

- a) En remarquant que f est la somme des fonctions : $u(x) = 100x^3$; $v(x) = -303x^2$ et d'une fonction affine, déterminer l'expression de $f'(x)$ en détaillant les calculs.

- $u(x) = 100x^3$; u est de la forme $k \times x^3$ avec $k = 100$, et la dérivée de $x \mapsto x^3$ et $x \mapsto 3x^2$; donc $u'(x) = 100 \times 3x^2 = 300x^2$.
- $v(x) = -303x^2$; v est de la forme $k \times x^2$ avec $k = -303$, et la dérivée de $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto 2x$; donc $v'(x) = -303 \times 2x = -606x$.
- $w(x) = 306x + k$, c'est une fonction affine, donc $w'(x) = 306$
- on a donc $f'(x) = 300x^2 - 606x + 306$

- b) Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point $A(0; -400)$.

L'équation de la tangente au point d'abscisse a est donnée par :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

$$\text{Ici } a = 0, \text{ donc } y = f'(0)x + f(0) = 306x - 400$$

- c) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-1,5;3]$, puis interpréter le résultat obtenu.

On cherche le signe de $f'(x) = 300x^2 - 606x + 306$, qui est un polynôme du second degré; le coefficient de x^2 est positif, donc la représentation de f' est une parabole orientée « vers le haut ».

On remarque que 1 est une racine du polynôme; on en déduit à l'aide du produit des racines que l'autre racine est $\frac{306}{300} = 1,02$.

On en déduit que $f'(x)$ est négative sur $[1;1,02]$; donc la fonction n'est pas croissante sur $[-1,5;3]$!

Exercice 1 — Fonctions dérivées

5 points

1. Donner l'expression des fonctions dérivées en détaillant les calculs (inutile de réduire au même dénominateur).

a) $f(x) = 5 + \sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$. b) $g(x) = x^4 - \frac{4}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$.

a) $x \mapsto \sqrt{x}$ a pour dérivée $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$
la dérivée d'une fonction constante est nulle.

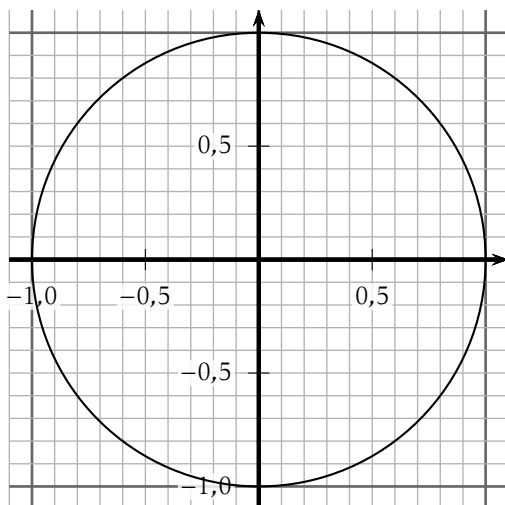
b) $x \mapsto x^4$ a pour dérivée $x \mapsto 4x^3$
 $x \mapsto k \times \frac{1}{x}$ a pour dérivée $x \mapsto k \times \frac{-1}{x^2}$

Exercice 2 — Trigonométrie

6 points

Soient les réels $a = \frac{\pi}{2}$; $b = \frac{-\pi}{3}$; $c = \frac{17\pi}{6}$ et $d = \frac{2025\pi}{3}$.

1. Placer les points A, B, C et D associés aux angles a ; b ; c et d sur le cercle trigonométrique en expliquant votre méthode.



- a) $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître ;
- b) $b \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître et symétrie par rapport aux abscisses ;
- c) $c \in [2\pi; 4\pi]$: à placer à l'aide des sinus et cosinus du tableau de valeurs à connaître et en comptant le nombre de tours ;
- d) $d = \frac{2025\pi}{3} = \frac{2022\pi}{3} + \frac{3\pi}{3} = 674\pi + \pi = 337 \times (2\pi) + \pi$
donc d est à la même place que π .

2. Donner un réel x de $]-\pi; \pi]$ qui vérifie $\cos(x) > 0$ et $\sin(x) < 0$.

3. Lors d'un contrôle, Arnufle vient de trouver que le cosinus d'un certain réel x est $\frac{5-\sqrt{2}}{2}$.

Dire, en justifiant, si Arnufle peut obtenir la note maximale à cette question.

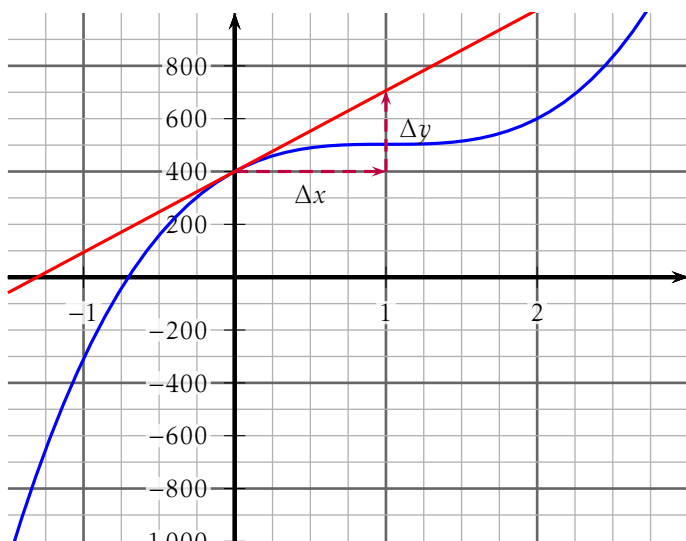
Quelque soit le réel x , $-1 \leq \cos(x) \leq 1$, or $\frac{5-\sqrt{2}}{2} \notin [-1; 1]$, donc le résultat d'Arnufle est faux... peut être des points pour le début du calcul ?

Exercice 3 — Une cubique

11 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 100x^3 - 303x^2 + 306x + 400$.

Le graphique donne la représentation de la fonction f sur $[-1,5; 3]$



1. Lecture graphiques

- a) À l'aide d'une lecture graphique donner le sens de variation de la fonction f sur $[-1,5;3]$.

La fonction semble croissante.

- b) Tracer du mieux possible la tangente à la courbe de f au point $A(0;400)$.
 c) À l'aide d'une lecture graphique, donner la valeur de $f'(0)$.

$f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0; on lit $f'(0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} \approx 300$.

2. Calculs

- a) En remarquant que f est la somme des fonctions : $u(x) = 100x^3$; $v(x) = -303x^2$ et d'une fonction affine, déterminer l'expression de $f'(x)$ en détaillant les calculs.

- $u(x) = 100x^3$; u est de la forme $k \times x^3$ avec $k = 100$, et la dérivée de $x \mapsto x^3$ et $x \mapsto 3x^2$; donc $u'(x) = 100 \times 3x^2 = 300x^2$.
- $v(x) = -303x^2$; v est de la forme $k \times x^2$ avec $k = -303$, et la dérivée de $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto 2x$; donc $v'(x) = -303 \times 2x = -606x$.
- $w(x) = 306x + k$, c'est une fonction affine, donc $w'(x) = 306$
- on a donc $f'(x) = 300x^2 - 606x + 306$

- b) Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point $A(0;400)$.

L'équation de la tangente au point d'abscisse a est donnée par :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

$$\text{Ici } a = 0, \text{ donc } y = f'(0)x + f(0) = 306x + 400$$

- c) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-1,5;3]$, puis interpréter le résultat obtenu.

On cherche le signe de $f'(x) = 300x^2 - 606x + 306$, qui est un polynôme du second degré; le coefficient de x^2 est positif, donc la représentation de f' est une parabole orientée « vers le haut ».

On remarque que 1 est une racine du polynôme; on en déduit à l'aide du produit des racines que l'autre racine est $\frac{306}{300} = 1,02$.

On en déduit que $f'(x)$ est négative sur $[1;1,02]$; donc la fonction n'est pas croissante sur $[-1,5;3]$!