

**Exercice 1 — Tangentes à une cubique**

7 points

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{x}{10}(x+10)(x-14)$$

On note  $f'$  sa fonction dérivée et  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative. Le graphique représente la fonction  $f$ .

Les points M, O et P sont les points de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisses respectives  $-10$ ;  $0$  et  $14$ .

1. Déterminer l'expression de  $f'(x)$  en détaillant les calculs ( $f'$  est une fonction du second degré).

Ici, il est plus simple de travailler sur la forme développée de  $f$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{10}x(x+10)(x-14) \\ \Leftrightarrow f(x) &= \frac{1}{10}(x^2+10x)(x-14) \\ \Leftrightarrow f(x) &= \frac{1}{10}(x^3-4x^2-140x) \end{aligned}$$

$$\text{donc } f'(x) = \frac{1}{10}(3x^2-8x-140)$$

2. Le point A est le point de  $\mathcal{C}_f$  qui a pour abscisse le milieu de  $[MO]$ . Déterminer une expression de la droite  $(T_A)$  qui est tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point A. Tracer  $(T_A)$  sur le graphique.

Les coordonnées de A sont  $\left(\frac{x_M}{2}; f\left(\frac{x_M}{2}\right)\right)$ .

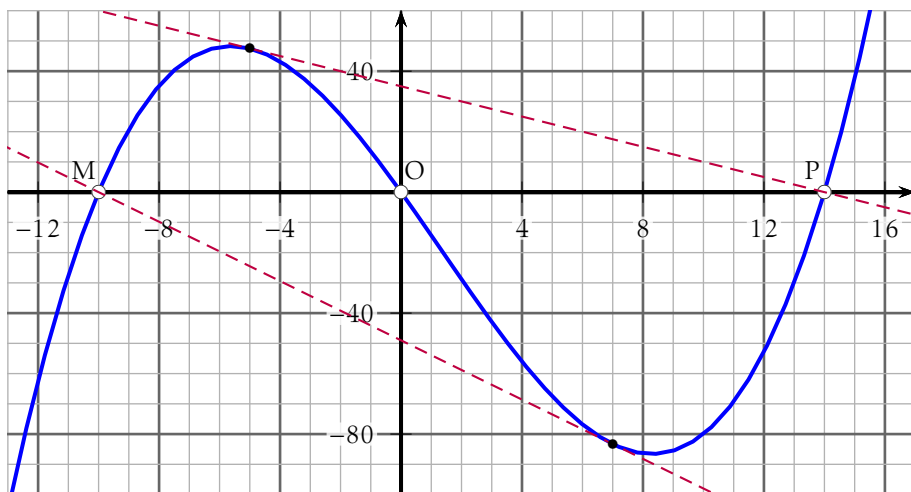
L'équation de la tangente est donnée par :  $y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$ .

3. Déterminer l'équation affine de la droite (AP).

L'équation réduite de la droite (AP) est donnée par  $y = m(x - x_A) + y_A$  avec

$$m = \frac{f(x_A) - f(x_P)}{x_A - x_P}$$

On remarque que la droite (AP) est la tangente à  $\mathcal{C}_f$  passant par A.



## Exercice 2 — Quotient

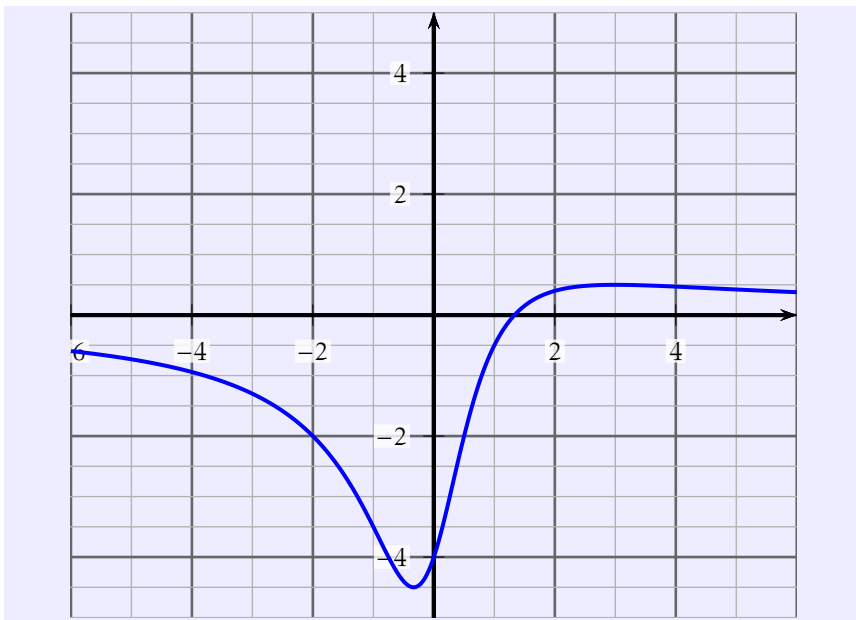
11 points

Soit  $f$ , la fonction définie sur  $[-6; 6]$  par

$$f(x) = \frac{3x - 4}{x^2 + 1}$$

1. a) Représenter la fonction  $f$  à l'aide de la calculatrice afin de conjecturer le signe de la dérivée.

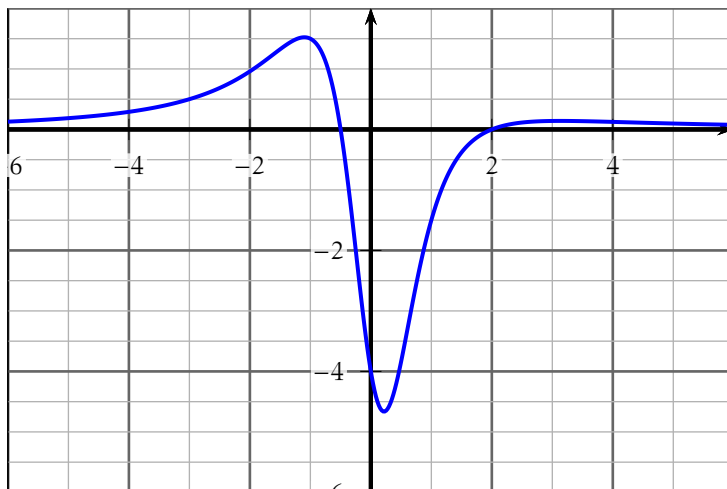
Lecture graphique des variations, puis signe de la dérivée.



- b) À l'aide d'une lecture graphique, déterminer (s'il existe) un intervalle sur lequel la fonction  $f$  et sa dérivée sont négatives.

il faut que la fonction  $f$  soit décroissante et négative : quelque soit le sujet, cet intervalle existe.

- c) Le graphique représente une fonction  $g$  définie sur  $[-6; 6]$ .



À l'aide de lectures graphiques, justifier si la fonction  $g$  peut être la dérivée de la fonction  $f$ .

$g$  ne peut pas être la fonction dérivée de  $f$  : la valeur  $x_0$  telle que  $g(x_0) = 0$  ne correspond pas à un extremum de  $f$ .

2. Déterminer, en détaillant les calculs, l'expression de la fonction  $f'$ , dérivée de la fonction  $f$ .

$f$  est la forme  $\frac{u}{v}$  avec  $u(x) = ax + b$  et  $v(x) = x^2 + 1$ .

$$\text{donc } f'(x) = \frac{a(x^2 + 1) - (ax + b) \times 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-ax^2 - 2bx + a}{(x^2 + 1)^2}.$$

3. Déterminer le signe de  $f'(x)$ , puis compléter le tableau de variations de  $f$ .

|                   |    |   |
|-------------------|----|---|
| $x$               | -6 | 6 |
| signe de $f'(x)$  |    |   |
| variations de $f$ |    |   |

Le dénominateur est un carré, donc il est toujours positif : le signe de  $f'(x)$  est celui de  $N(x) = -ax^2 - 2bx + a$ .

$N$  est un polynôme du second degré, l'orientation de la parabole est donnée par le signe de  $-a$  (coefficient de  $x^2$ ).

$$\Delta = (2b)^2 - 4 \times (-a) \times a = 4(a^2 + b^2)$$

pour tous :  $\sqrt{\Delta} = 10$ , donc les racines sont  $x_1 = \frac{2b-10}{2 \times (-a)} = \frac{5-b}{a}$  et  $x_2 = \frac{-5-b}{a}$

En supposant  $a < 0$  et  $x_1 < x_2$  on obtient

|                   |         |            |            |            |        |
|-------------------|---------|------------|------------|------------|--------|
| $x$               | -6      | $x_1$      | $x_2$      | 6          |        |
| signe de $f'(x)$  | -       | 0          | +          | 0          | -      |
| variations de $f$ | $f(-6)$ |            | $f(x_2)$   |            |        |
|                   |         | $\searrow$ | $\nearrow$ | $\searrow$ |        |
|                   |         | $f(x_1)$   |            |            | $f(6)$ |

### Exercice 3 — Trigonométrie

2 points

On travaille dans  $[-\pi; \pi[$ .

Résoudre  $\cos x > -\frac{1}{2}$ .

Placer  $\alpha$  sur le cercle à l'aide tableau des angles connus, puis à l'aide de l'intervalle de travail...



**Exercice 1 — Tangentes à une cubique**

7 points

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{x}{10}(x+10)(x-14)$$

On note  $f'$  sa fonction dérivée et  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative. Le graphique représente la fonction  $f$ .

Les points M, O et P sont les points de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisses respectives  $-10$ ;  $0$  et  $14$ .

- Déterminer l'expression de  $f'(x)$  en détaillant les calculs ( $f'$  est une fonction du second degré).

Ici, il est plus simple de travailler sur la forme développée de  $f$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{10}x(x+10)(x-14) \\ \Leftrightarrow f(x) &= \frac{1}{10}(x^2+10x)(x-14) \\ \Leftrightarrow f(x) &= \frac{1}{10}(x^3-4x^2-140x) \end{aligned}$$

$$\text{donc } f'(x) = \frac{1}{10}(3x^2-8x-140)$$

- Le point A est le point de  $\mathcal{C}_f$  qui a pour abscisse le milieu de [OP]. Déterminer une expression de la droite  $(T_A)$  qui est tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point A. Tracer  $(T_A)$  sur le graphique.

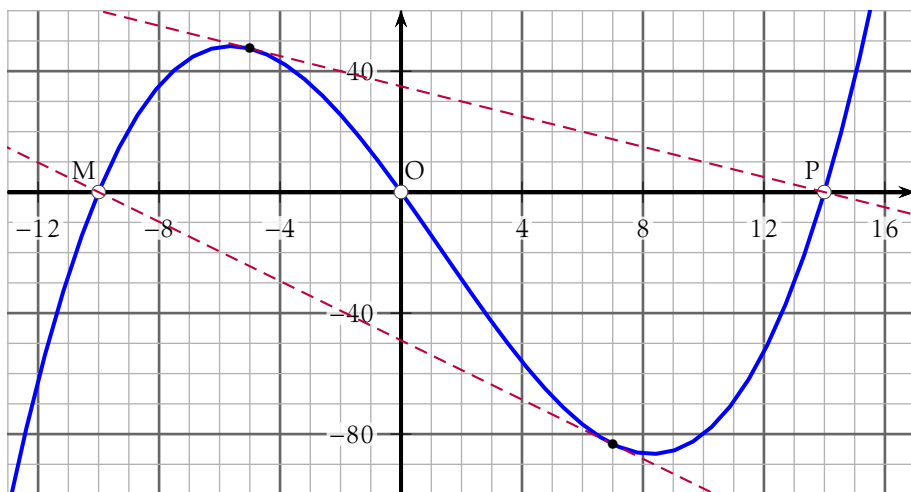
Les coordonnées de A sont  $\left(\frac{x_M}{2}; f\left(\frac{x_M}{2}\right)\right)$ .

L'équation de la tangente est donnée par :  $y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$ .

- Déterminer l'équation affine de la droite (AM).

L'équation réduite de la droite (AM) est donnée par  $y = m(x - x_A) + y_A$  avec  $m = \frac{f(x_A) - f(x_M)}{x_A - x_M}$

On remarque que la droite (AM) est la tangente à  $\mathcal{C}_f$  passant par A.



## Exercice 2 — Quotient

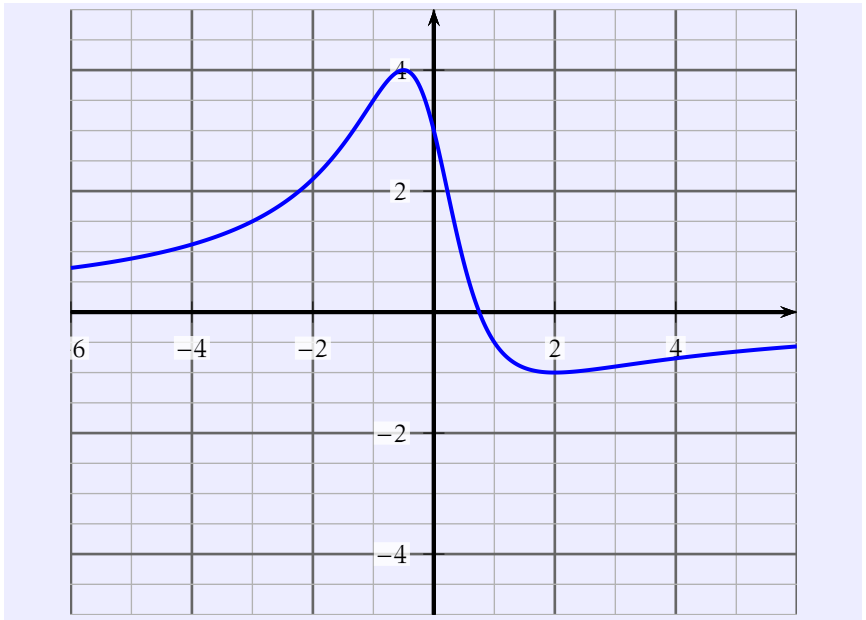
11 points

Soit  $f$ , la fonction définie sur  $[-6; 6]$  par

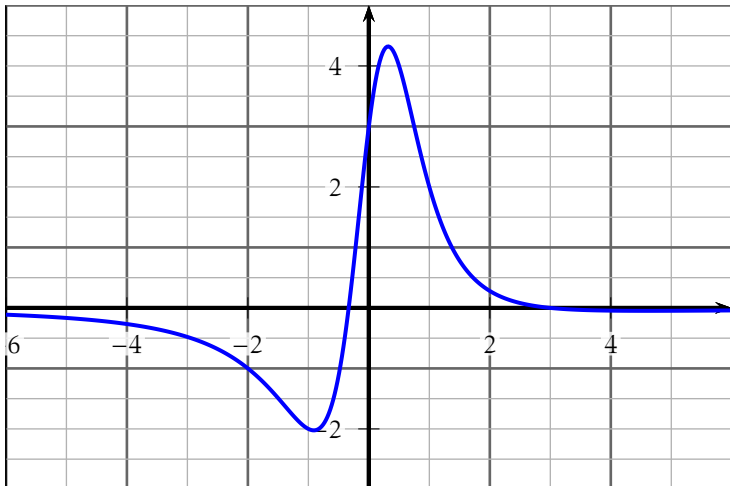
$$f(x) = \frac{-4x + 3}{x^2 + 1}$$

1. a) Représenter la fonction  $f$  à l'aide de la calculatrice afin de conjecturer le signe de la dérivée.

Lecture graphique des variations, puis signe de la dérivée.



- b) À l'aide d'une lecture graphique, déterminer (s'il existe) un intervalle sur lequel la fonction  $f$  et sa dérivée sont négatives.  
 il faut que la fonction  $f$  soit décroissante et négative : quelque soit le sujet, cet intervalle existe.
- c) Le graphique représente une fonction  $g$  définie sur  $[-6; 6]$ .



À l'aide de lectures graphiques, justifier si la fonction  $g$  peut être la dérivée de la fonction  $f$ .

$g$  ne peut pas être la fonction dérivée de  $f$  : la valeur  $x_0$  telle que  $g(x_0) = 0$  ne correspond pas à un extremum de  $f$ .

2. Déterminer, en détaillant les calculs, l'expression de la fonction  $f'$ , dérivée de la fonction  $f$ .

$f$  est la forme  $\frac{u}{v}$  avec  $u(x) = ax + b$  et  $v(x) = x^2 + 1$ .

$$\text{donc } f'(x) = \frac{a(x^2 + 1) - (ax + b) \times 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-ax^2 - 2bx + a}{(x^2 + 1)^2}.$$

3. Déterminer le signe de  $f'(x)$ , puis compléter le tableau de variations de  $f$ .

|                   |    |   |
|-------------------|----|---|
| $x$               | -6 | 6 |
| signe de $f'(x)$  |    |   |
| variations de $f$ |    |   |

Le dénominateur est un carré, donc il est toujours positif : le signe de  $f'(x)$  est celui de  $N(x) = -ax^2 - 2bx + a$ .

$N$  est un polynôme du second degré, l'orientation de la parabole est donnée par le signe de  $-a$  (coefficient de  $x^2$ ).

$$\Delta = (2b)^2 - 4 \times (-a) \times a = 4(a^2 + b^2)$$

pour tous :  $\sqrt{\Delta} = 10$ , donc les racines sont  $x_1 = \frac{2b-10}{2 \times (-a)} = \frac{5-b}{a}$  et  $x_2 = \frac{-5-b}{a}$

En supposant  $a < 0$  et  $x_1 < x_2$  on obtient

|                   |         |          |          |        |   |
|-------------------|---------|----------|----------|--------|---|
| $x$               | -6      | $x_1$    | $x_2$    | 6      |   |
| signe de $f'(x)$  | -       | 0        | +        | 0      | - |
| variations de $f$ | $f(-6)$ | $f(x_1)$ | $f(x_2)$ | $f(6)$ |   |

### Exercice 3 — Trigonométrie

2 points

On travaille dans  $[0; 2\pi[$ .

Résoudre  $\cos x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Placer  $\alpha$  sur le cercle à l'aide tableau des angles connus, puis à l'aide de l'intervalle de travail...



**Exercice 1 — Tangentes à une cubique**

7 points

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{x}{10}(x+10)(x-14)$$

On note  $f'$  sa fonction dérivée et  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative. Le graphique représente la fonction  $f$ .

Les points M, O et P sont les points de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisses respectives  $-10$ ;  $0$  et  $14$ .

1. Déterminer l'expression de  $f'(x)$  en détaillant les calculs ( $f'$  est une fonction du second degré).

Ici, il est plus simple de travailler sur la forme développée de  $f$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{10}x(x+10)(x-14) \\ \Leftrightarrow f(x) &= \frac{1}{10}(x^2+10x)(x-14) \\ \Leftrightarrow f(x) &= \frac{1}{10}(x^3-4x^2-140x) \end{aligned}$$

$$\text{donc } f'(x) = \frac{1}{10}(3x^2-8x-140)$$

2. Le point A est le point de  $\mathcal{C}_f$  qui a pour abscisse le milieu de  $[MO]$ . Déterminer une expression de la droite  $(T_A)$  qui est tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point A. Tracer  $(T_A)$  sur le graphique.

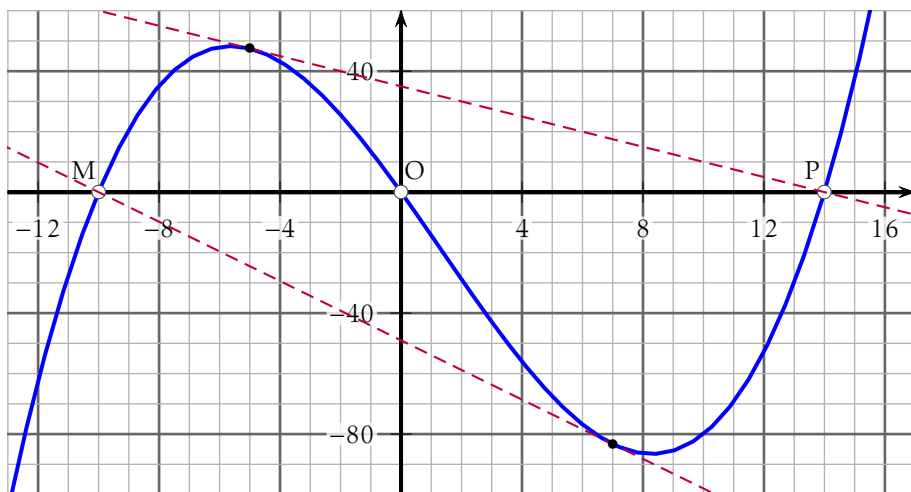
Les coordonnées de A sont  $\left(\frac{x_M}{2}; f\left(\frac{x_M}{2}\right)\right)$ .

L'équation de la tangente est donnée par :  $y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$ .

3. Déterminer l'équation affine de la droite (AP).

L'équation réduite de la droite (AP) est donnée par  $y = m(x - x_A) + y_A$  avec  $m = \frac{f(x_A) - f(x_P)}{x_A - x_P}$

On remarque que la droite (AP) est la tangente à  $\mathcal{C}_f$  passant par A.



## Exercice 2 — Quotient

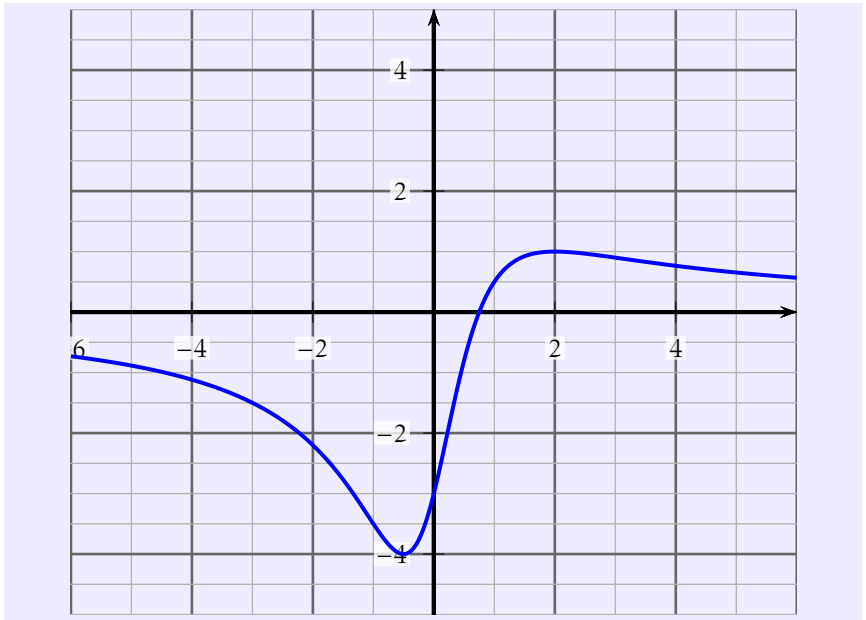
11 points

Soit  $f$ , la fonction définie sur  $[-6; 6]$  par

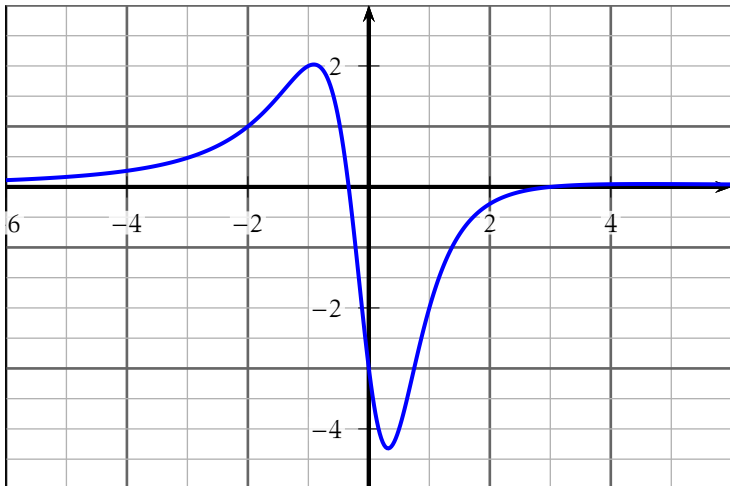
$$f(x) = \frac{4x - 3}{x^2 + 1}$$

1. a) Représenter la fonction  $f$  à l'aide de la calculatrice afin de conjecturer le signe de la dérivée.

Lecture graphique des variations, puis signe de la dérivée.



- b) À l'aide d'une lecture graphique, déterminer (s'il existe) un intervalle sur lequel la fonction  $f$  et sa dérivée sont négatives.  
 il faut que la fonction  $f$  soit décroissante et négative : quelque soit le sujet, cet intervalle existe.
- c) Le graphique représente une fonction  $g$  définie sur  $[-6; 6]$ .



À l'aide de lectures graphiques, justifier si la fonction  $g$  peut être la dérivée de la fonction  $f$ .

$g$  ne peut pas être la fonction dérivée de  $f$  : la valeur  $x_0$  telle que  $g(x_0) = 0$  ne correspond pas à un extremum de  $f$ .

2. Déterminer, en détaillant les calculs, l'expression de la fonction  $f'$ , dérivée de la fonction  $f$ .

$f$  est la forme  $\frac{u}{v}$  avec  $u(x) = ax + b$  et  $v(x) = x^2 + 1$ .

$$\text{donc } f'(x) = \frac{a(x^2 + 1) - (ax + b) \times 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-ax^2 - 2bx + a}{(x^2 + 1)^2}.$$

3. Déterminer le signe de  $f'(x)$ , puis compléter le tableau de variations de  $f$ .

|                   |    |   |
|-------------------|----|---|
| $x$               | -6 | 6 |
| signe de $f'(x)$  |    |   |
| variations de $f$ |    |   |

Le dénominateur est un carré, donc il est toujours positif : le signe de  $f'(x)$  est celui de  $N(x) = -ax^2 - 2bx + a$ .

$N$  est un polynôme du second degré, l'orientation de la parabole est donnée par le signe de  $-a$  (coefficient de  $x^2$ ).

$$\Delta = (2b)^2 - 4 \times (-a) \times a = 4(a^2 + b^2)$$

pour tous :  $\sqrt{\Delta} = 10$ , donc les racines sont  $x_1 = \frac{2b-10}{2 \times (-a)} = \frac{5-b}{a}$  et  $x_2 = \frac{-5-b}{a}$

En supposant  $a < 0$  et  $x_1 < x_2$  on obtient

|                   |         |          |          |        |   |
|-------------------|---------|----------|----------|--------|---|
| $x$               | -6      | $x_1$    | $x_2$    | 6      |   |
| signe de $f'(x)$  | -       | 0        | +        | 0      | - |
| variations de $f$ | $f(-6)$ | $f(x_1)$ | $f(x_2)$ | $f(6)$ |   |

### Exercice 3 — Trigonométrie

2 points

On travaille dans  $[0; 2\pi[$ .

Résoudre  $\cos x < -\frac{1}{2}$ .

Placer  $\alpha$  sur le cercle à l'aide tableau des angles connus, puis à l'aide de l'intervalle de travail...



**Exercice 1 — Tangentes à une cubique**

7 points

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{x}{10}(x+10)(x-14)$$

On note  $f'$  sa fonction dérivée et  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative. Le graphique représente la fonction  $f$ .

Les points M, O et P sont les points de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisses respectives  $-10$ ;  $0$  et  $14$ .

1. Déterminer l'expression de  $f'(x)$  en détaillant les calculs ( $f'$  est une fonction du second degré).

Ici, il est plus simple de travailler sur la forme développée de  $f$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{10}x(x+10)(x-14) \\ \Leftrightarrow f(x) &= \frac{1}{10}(x^2+10x)(x-14) \\ \Leftrightarrow f(x) &= \frac{1}{10}(x^3-4x^2-140x) \end{aligned}$$

$$\text{donc } f'(x) = \frac{1}{10}(3x^2-8x-140)$$

2. Le point A est le point de  $\mathcal{C}_f$  qui a pour abscisse le milieu de [OP]. Déterminer une expression de la droite  $(T_A)$  qui est tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point A. Tracer  $(T_A)$  sur le graphique.

Les coordonnées de A sont  $\left(\frac{x_M}{2}; f\left(\frac{x_M}{2}\right)\right)$ .

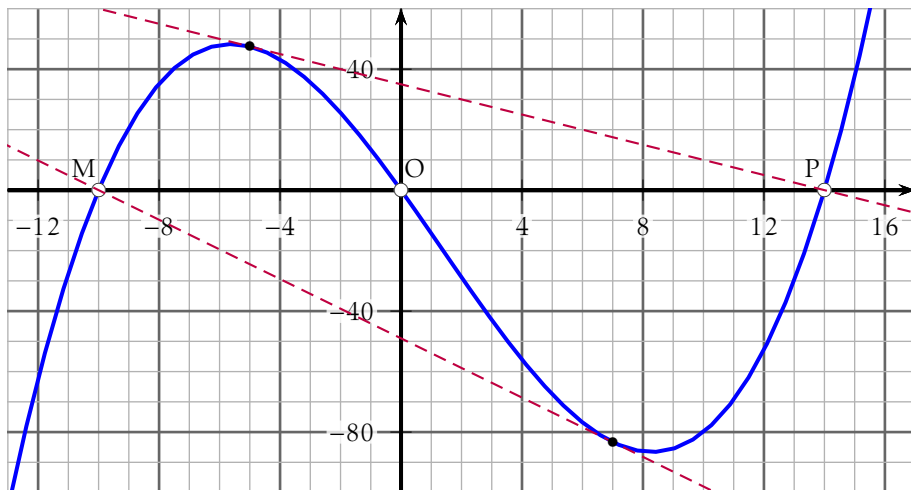
L'équation de la tangente est donnée par :  $y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$ .

3. Déterminer l'équation affine de la droite (AM).

L'équation réduite de la droite (AM) est donnée par  $y = m(x - x_A) + y_A$  avec

$$m = \frac{f(x_A) - f(x_M)}{x_A - x_M}$$

On remarque que la droite (AM) est la tangente à  $\mathcal{C}_f$  passant par A.



## Exercice 2 — Quotient

11 points

Soit  $f$ , la fonction définie sur  $[-6; 6]$  par

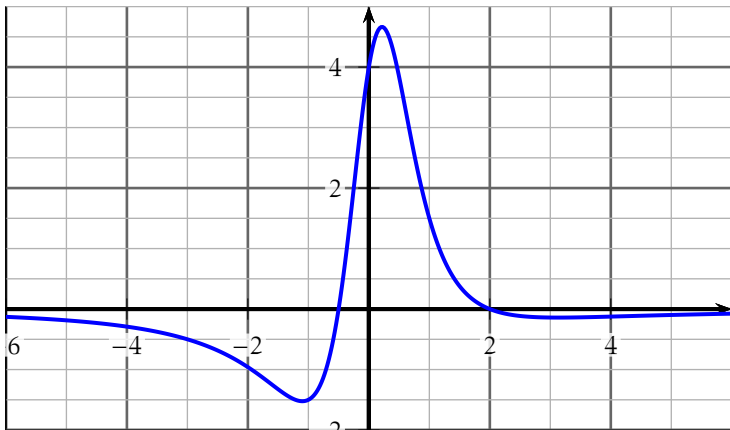
$$f(x) = \frac{-3x + 4}{x^2 + 1}$$

1. a) Représenter la fonction  $f$  à l'aide de la calculatrice afin de conjecturer le signe de la dérivée.

Lecture graphique des variations, puis signe de la dérivée.



- b) À l'aide d'une lecture graphique, déterminer (s'il existe) un intervalle sur lequel la fonction  $f$  et sa dérivée sont négatives.  
 il faut que la fonction  $f$  soit décroissante et négative : quelque soit le sujet, cet intervalle existe.
- c) Le graphique représente une fonction  $g$  définie sur  $[-6; 6]$ .



À l'aide de lectures graphiques, justifier si la fonction  $g$  peut être la dérivée de la fonction  $f$ .

$g$  ne peut pas être la fonction dérivée de  $f$  : la valeur  $x_0$  telle que  $g(x_0) = 0$  ne correspond pas à un extremum de  $f$ .

2. Déterminer, en détaillant les calculs, l'expression de la fonction  $f'$ , dérivée de la fonction  $f$ .

$f$  est la forme  $\frac{u}{v}$  avec  $u(x) = ax + b$  et  $v(x) = x^2 + 1$ .

donc  $f'(x) = \frac{a(x^2 + 1) - (ax + b) \times 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-ax^2 - 2bx + a}{(x^2 + 1)^2}$ .

3. Déterminer le signe de  $f'(x)$ , puis compléter le tableau de variations de  $f$ .

|                   |    |   |
|-------------------|----|---|
| $x$               | -6 | 6 |
| signe de $f'(x)$  |    |   |
| variations de $f$ |    |   |

Le dénominateur est un carré, donc il est toujours positif : le signe de  $f'(x)$  est celui de  $N(x) = -ax^2 - 2bx + a$ .

$N$  est un polynôme du second degré, l'orientation de la parabole est donnée par le signe de  $-a$  (coefficient de  $x^2$ ).

$\Delta = (2b)^2 - 4 \times (-a) \times a = 4(a^2 + b^2)$

pour tous :  $\sqrt{\Delta} = 10$ , donc les racines sont  $x_1 = \frac{2b - 10}{2 \times (-a)} = \frac{5 - b}{a}$  et  $x_2 = \frac{-5 - b}{a}$

En supposant  $a < 0$  et  $x_1 < x_2$  on obtient

|                   |         |          |       |   |          |        |
|-------------------|---------|----------|-------|---|----------|--------|
| $x$               | -6      | $x_1$    | $x_2$ | 6 |          |        |
| signe de $f'(x)$  | -       | 0        | +     | 0 | -        |        |
| variations de $f$ | $f(-6)$ | $f(x_1)$ |       |   | $f(x_2)$ | $f(6)$ |

### Exercice 3 — Trigonométrie

2 points

On travaille dans  $[-\pi; \pi[$ .

Résoudre  $\cos x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Placer  $\alpha$  sur le cercle à l'aide tableau des angles connus, puis à l'aide de l'intervalle de travail...

