Exercice 1 — Suite arithmétique

5 points

Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$, telle que : $u_0 = -2$; $u_1 = 2$; $u_2 = 6$ et $u_3 = 10$.

1. Déterminer (en justifiant par la méthode de votre choix), la raison de cette suite.

Suite arithmétique : on passe d'un terme au suivant à l'aide d'une addition.

2. En déduire l'expression explicite de u_n . $u_n = -2 + 4n$
3. Calculer en détaillant : $S = -2 + 2 + 6 + 10 + \dots + 398$

Les premiers termes sont ceux de la suite (u_n) .

On remarque que $398 = -2 + 100 \times 4$

Donc

$$\begin{aligned} S &= -2 + (-2 + 4 \times 1) + (-2 + 4 \times 2) + (-2 + 4 \times 3) + \dots + (-2 + 4 \times 100) \\ \Leftrightarrow S &= 101 \times (-2) + 4 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 100) \\ \Leftrightarrow S &= 101 \times (-2) + 4 \times \frac{100 \times 101}{2} \\ \Leftrightarrow S &= 19998 \end{aligned}$$

Exercice 2 — Suite mystère

9 points

Partie A – Suite (u_n)

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 2$ et la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 4u_n + 10$$

1. Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
2. Expliquer ce que ces valeurs permettent de conclure sur la nature de la suite.

On ne passe pas d'un terme au suivant en ajoutant une constante : donc la suite n'est pas arithmétique ;

On ne passe pas d'un terme au suivant en multipliant une constante : donc la suite n'est pas géométrique.

Partie B – Suite (v_n)

La suite (v_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par la relation de récurrence : $v_n = u_n + \frac{10}{3}$ (avec (u_n) la suite de la partie A.)

1. Calculer v_0 ; v_1 et v_2 .

2. Expliquer ce que ces valeurs permettent de conjecturer sur la nature de la suite.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 4 : la suite semble être géométrique.

3. Démontrer la conjecture précédente.

Il faut montrer que $v_{n+1} = 4v_n$.

- on peut donner l'expression de v_{n+1} , puis en déduire que $v_{n+1} = 4v_n$;
- on peut calculer $4v_n$ et montrer que c'est v_{n+1}

4. En déduire l'expression de v_n en fonction de n , puis celle de u_n en fonction de n .

(v_n) est une suite géométrique de raison 4, donc $v_n = v_0 \times 4^n$.

Comme $v_n = u_n + \frac{10}{3}$, on en déduit que $u_n = v_n - \frac{10}{3} \Leftrightarrow u_n = v_0 \times 4^n - \frac{10}{3}$

Exercice 1 — Suite arithmétique

5 points

Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$, telle que : $u_0 = -3$; $u_1 = 2$; $u_2 = 7$ et $u_3 = 12$.

1. Déterminer (en justifiant par la méthode de votre choix), la raison de cette suite.

Suite arithmétique : on passe d'un terme au suivant à l'aide d'une addition.

2. En déduire l'expression explicite de u_n . $u_n = -3 + 5n$
3. Calculer en détaillant : $S = -3 + 2 + 7 + 12 + \dots + 497$

Les premiers termes sont ceux de la suite (u_n) .

On remarque que $497 = -3 + 100 \times 5$

Donc

$$\begin{aligned} S &= -3 + (-3 + 5 \times 1) + (-3 + 5 \times 2) + (-3 + 5 \times 3) + \dots + (-3 + 5 \times 100) \\ \Leftrightarrow S &= 101 \times (-3) + 5 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 100) \\ \Leftrightarrow S &= 101 \times (-3) + 5 \times \frac{100 \times 101}{2} \\ \Leftrightarrow S &= 24947 \end{aligned}$$

Exercice 2 — Suite mystère

9 points

Partie A – Suite (u_n)

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 3$ et la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 4u_n + 8$$

1. Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
2. Expliquer ce que ces valeurs permettent de conclure sur la nature de la suite.

On ne passe pas d'un terme au suivant en ajoutant une constante : donc la suite n'est pas arithmétique ;

On ne passe pas d'un terme au suivant en multipliant une constante : donc la suite n'est pas géométrique.

Partie B – Suite (v_n)

La suite (v_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par la relation de récurrence : $v_n = u_n + \frac{8}{3}$ (avec (u_n) la suite de la partie A.)

1. Calculer v_0 ; v_1 et v_2 .

2. Expliquer ce que ces valeurs permettent de conjecturer sur la nature de la suite.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 4 : la suite semble être géométrique.

3. Démontrer la conjecture précédente.

Il faut montrer que $v_{n+1} = 4v_n$.

- on peut donner l'expression de v_{n+1} , puis en déduire que $v_{n+1} = 4v_n$;
- on peut calculer $4v_n$ et montrer que c'est v_{n+1}

4. En déduire l'expression de v_n en fonction de n , puis celle de u_n en fonction de n .

(v_n) est une suite géométrique de raison 4, donc $v_n = v_0 \times 4^n$.

Comme $v_n = u_n + \frac{8}{3}$, on en déduit que $u_n = v_n - \frac{8}{3} \Leftrightarrow u_n = v_0 \times 4^n - \frac{8}{3}$

Exercice 1 — Suite arithmétique

5 points

Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$, telle que : $u_0 = -5$; $u_1 = -2$; $u_2 = 1$ et $u_3 = 4$.

1. Déterminer (en justifiant par la méthode de votre choix), la raison de cette suite.

Suite arithmétique : on passe d'un terme au suivant à l'aide d'une addition.

2. En déduire l'expression explicite de u_n . $u_n = -5 + 3n$
3. Calculer en détaillant : $S = -5 + -2 + 1 + 4 + \dots + 295$

Les premiers termes sont ceux de la suite (u_n) .

On remarque que $295 = -5 + 100 \times 3$

Donc

$$\begin{aligned} S &= -5 + (-5 + 3 \times 1) + (-5 + 3 \times 2) + (-5 + 3 \times 3) + \dots + (-5 + 3 \times 100) \\ \Leftrightarrow S &= 101 \times (-5) + 3 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 100) \\ \Leftrightarrow S &= 101 \times (-5) + 3 \times \frac{100 \times 101}{2} \\ \Leftrightarrow S &= 14645 \end{aligned}$$

Exercice 2 — Suite mystère

9 points

Partie A – Suite (u_n)

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 5$ et la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 4u_n + 5$$

1. Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
2. Expliquer ce que ces valeurs permettent de conclure sur la nature de la suite.

On ne passe pas d'un terme au suivant en ajoutant une constante : donc la suite n'est pas arithmétique ;

On ne passe pas d'un terme au suivant en multipliant une constante : donc la suite n'est pas géométrique.

Partie B – Suite (v_n)

La suite (v_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par la relation de récurrence : $v_n = u_n + \frac{5}{3}$ (avec (u_n) la suite de la partie A.)

1. Calculer v_0 ; v_1 et v_2 .

2. Expliquer ce que ces valeurs permettent de conjecturer sur la nature de la suite.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 4 : la suite semble être géométrique.

3. Démontrer la conjecture précédente.

Il faut montrer que $v_{n+1} = 4v_n$.

- on peut donner l'expression de v_{n+1} , puis en déduire que $v_{n+1} = 4v_n$;
- on peut calculer $4v_n$ et montrer que c'est v_{n+1}

4. En déduire l'expression de v_n en fonction de n , puis celle de u_n en fonction de n .

(v_n) est une suite géométrique de raison 4, donc $v_n = v_0 \times 4^n$.

Comme $v_n = u_n + \frac{5}{3}$, on en déduit que $u_n = v_n - \frac{5}{3} \Leftrightarrow u_n = v_0 \times 4^n - \frac{5}{3}$

Exercice 1 — Suite arithmétique

5 points

Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$, telle que : $u_0 = -4$; $u_1 = -2$; $u_2 = 0$ et $u_3 = 2$.

1. Déterminer (en justifiant par la méthode de votre choix), la raison de cette suite.

Suite arithmétique : on passe d'un terme au suivant à l'aide d'une addition.

2. En déduire l'expression explicite de u_n . $u_n = -4 + 2n$
3. Calculer en détaillant : $S = -4 + -2 + 0 + 2 + \dots + 196$

Les premiers termes sont ceux de la suite (u_n) .

On remarque que $196 = -4 + 100 \times 2$

Donc

$$\begin{aligned} S &= -4 + (-4 + 2 \times 1) + (-4 + 2 \times 2) + (-4 + 2 \times 3) + \dots + (-4 + 2 \times 100) \\ \Leftrightarrow S &= 101 \times (-4) + 2 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 100) \\ \Leftrightarrow S &= 101 \times (-4) + 2 \times \frac{100 \times 101}{2} \\ \Leftrightarrow S &= 9696 \end{aligned}$$

Exercice 2 — Suite mystère

9 points

Partie A – Suite (u_n)

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 3$ et la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 4u_n + 7$$

1. Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
2. Expliquer ce que ces valeurs permettent de conclure sur la nature de la suite.

On ne passe pas d'un terme au suivant en ajoutant une constante : donc la suite n'est pas arithmétique ;

On ne passe pas d'un terme au suivant en multipliant une constante : donc la suite n'est pas géométrique.

Partie B – Suite (v_n)

La suite (v_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par la relation de récurrence : $v_n = u_n + \frac{7}{3}$ (avec (u_n) la suite de la partie A.)

1. Calculer v_0 ; v_1 et v_2 .

2. Expliquer ce que ces valeurs permettent de conjecturer sur la nature de la suite.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 4 : la suite semble être géométrique.

3. Démontrer la conjecture précédente.

Il faut montrer que $v_{n+1} = 4v_n$.

- on peut donner l'expression de v_{n+1} , puis en déduire que $v_{n+1} = 4v_n$;
- on peut calculer $4v_n$ et montrer que c'est v_{n+1}

4. En déduire l'expression de v_n en fonction de n , puis celle de u_n en fonction de n .

(v_n) est une suite géométrique de raison 4, donc $v_n = v_0 \times 4^n$.

Comme $v_n = u_n + \frac{7}{3}$, on en déduit que $u_n = v_n - \frac{7}{3} \Leftrightarrow u_n = v_0 \times 4^n - \frac{7}{3}$