le sujet est à rendre avec la copie.

Nom, Prénom : .... **Classe :** ......

Sujet A

- L'usage d'UNE seule calculatrice par élève est autorisé (échange entre élève interdit).
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- Tout résultat doit être soigneusement justifié et tous les calculs doivent clairement explicités.
- Les 4 exercices sont indépendants.
- Cette évaluation dure 2 heures et est notée sur 40 points

Exercice 1 — Calcul algébrique

9,5 points

1. **a)** Développer et réduire $f(x) = (3x-1)(2-x)+3x^2$ et vérifier que $f(x) = 7x-2$.

double distributivité / réduire expression.

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x-1)(2-x)+3x^2 \\ f(x) &= 7x-2 \end{aligned}$$

b) Préciser la nature de la fonction f, puis celle de sa courbe.

f est une fonction affine, sa représentation est une droite.

c) Résoudre sur $\mathbb{R}$: $f(x) > 0$ et donner l'ensemble des solutions.

Au choix :
- résolution algébrique ;
- résolution à l'aide de la représentation graphique

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left]\dfrac{2}{7}\,;+\infty\right[$

2. Factoriser $\text{B}(x) = (x+1)(3x-2)-(x+1)(5-x)$.

$\text{B}(x) = (x+1)(4x-7)$

3. Factoriser $\text{C}(x) = (11-2x)^2 - 36$.

$$\begin{aligned} (11-2x)^2 - 36 &= (11-2x)^2 - 6^2 \\ &= (11-2x-6)\times(11-2x+6) \\ &= (5-2x)(17-2x) \end{aligned}$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2x^2 - 9x = 0$

on factorise par x, puis on trouve que l'équation admet deux solutions : 0 et $\dfrac{9}{2}$.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 = 12$

Méthode au choix : identités remarquables, fonctions de référence...	$x^2 = a \Leftrightarrow x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$

Exercice 2 — Parc animalier

6 points

Dans cet exercice, on arrondira tous les résultats à l'unité. Dans un parc animalier situé au cœur de la Provence...

1. Dans ce parc, 58 des 136 espèces animales sont des mammifères. Calculer le pourcentage d'espèces qui sont des mammifères.

   La proportion des mammifères est $\dfrac{58}{136}$, ce qui représente 43 % de la population.

2. En 2025, le tarif d'entrée pour un adulte est 22 €. Le tarif enfant bénéficie d'une réduction de 31 %. Calculer le tarif d'entrée pour un enfant (arrondi à l'euro le plus proche).

   Le tarif enfant est $\left(1-\dfrac{31}{100}\right)\times 22 = 15$.

   Si tableau de proportionnalité : il faut mettre des légendes !

3. Le tarif adulte est passé de 17 € en 2020 à 22 € en 2025. Calculer la variation en pourcentage du tarif adulte entre 2020 et 2025.

   Une augmentation de t % correspond à un coefficient multiplicateur $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)$.

   On cherche t tel que $17\times\left(1+\dfrac{t}{100}\right) = 22 \Leftrightarrow t = \left(\dfrac{22}{17}-1\right)\times 100 \approx 29$

4. La fréquentation du parc a baissé de 15 % entre 2018 et 2020 et a augmenté de 25 % entre 2020 et 2022. Déterminer la variation (hausse ou baisse) de la fréquentation entre 2018 et 2022 sous forme de pourcentage.

   Soient n_0 le nombre de visteurs en 2018, n_1 le nombre de visiteurs en 2020 et n_2 le nombre de visiteurs en 2022.

   On peut résumer la situation à l'aide d'un schéma :

   $$n_0 \xrightarrow[\times\left(1-\frac{15}{100}\right)]{\searrow 15\,\%} n_1 \xrightarrow[\times\left(1+\frac{25}{100}\right)]{\nearrow 25\,\%} n_2$$

   Le coefficient d'évolution est donc $\left(1-\dfrac{15}{100}\right)\times\left(1+\dfrac{25}{100}\right) = 1{,}0625$, donc la fréquentation a augmenté de 6 %.

Exercice 3 — Géométrie repérée

10,5 points

Dans le repère orthonormé $\left(O;\vec{\imath};\vec{\jmath}\right)$ donné ci-après, on considère les points suivants :

$$D(8;-4), A(14;0), I(8;8) \text{ et } M(2;4)$$

1. Placer les points D, A, I et M dans le repère.

2. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DA}$.

   Lecture graphique ou calcul.

   $\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14-8 \\ 0-(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

3. Calculer les coordonnées du point X, milieu du segment [DI]. $X = \left(\dfrac{8+8}{2};\dfrac{-4+8}{2}\right) = (8;2)$

4. Calculer la distance DA. On admet que AI = 10 et DI = 12.

   $DA = \sqrt{(x_A-x_D)^2+(y_A-y_D)^2} = \sqrt{6^2+4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

5. a) Montrer que le quadrilatère DAIM est un parallélogramme.

   Pour démontrer que DAIM est un parallélogramme il suffit de vérifier une des conditions suivantes (entre autres) :
   - les diagonales [DI] et [AM] se coupent en leur milieu (les coordonnées de X ont déjà été calculées) ; il suffit de calculer les coordonnées du milieu de [AM].
   - les vecteurs $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{MI}$ sont égaux (les coordonnées de $\overrightarrow{DA}$ sont déjà calculées) ; il suffit de calculer les coordonnées de $\overrightarrow{MI}$.
   - les vecteurs $\overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont égaux (pas malin...) ;
   - $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MI}$ (pas malin...)

   b) DAIM est-il un rectangle ? Justifier la réponse par un calcul.

   Pour démontrer que c'est un rectangle, il faut un angle droit. Dans le triangle DAI, on sait que $DA = 2\sqrt{13}$ et que AI = 10. On a aussi DI = 12.

   Or $DA^2 + AI^2 \neq DI^2$, donc le triangle n'est pas rectangle en A, DAIM n'est pas un rectangle.

   Ou bien montrer que les diagonales n'ont pas la même longueur.

6. a) Construire le point S tel que $\overrightarrow{MS} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$.

Construction de S à l'aide des coordonnées, ou par translation, ou en comptant les carreaux, ou ...

b) Construire le point F tel que $\overrightarrow{IF} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{ID}$

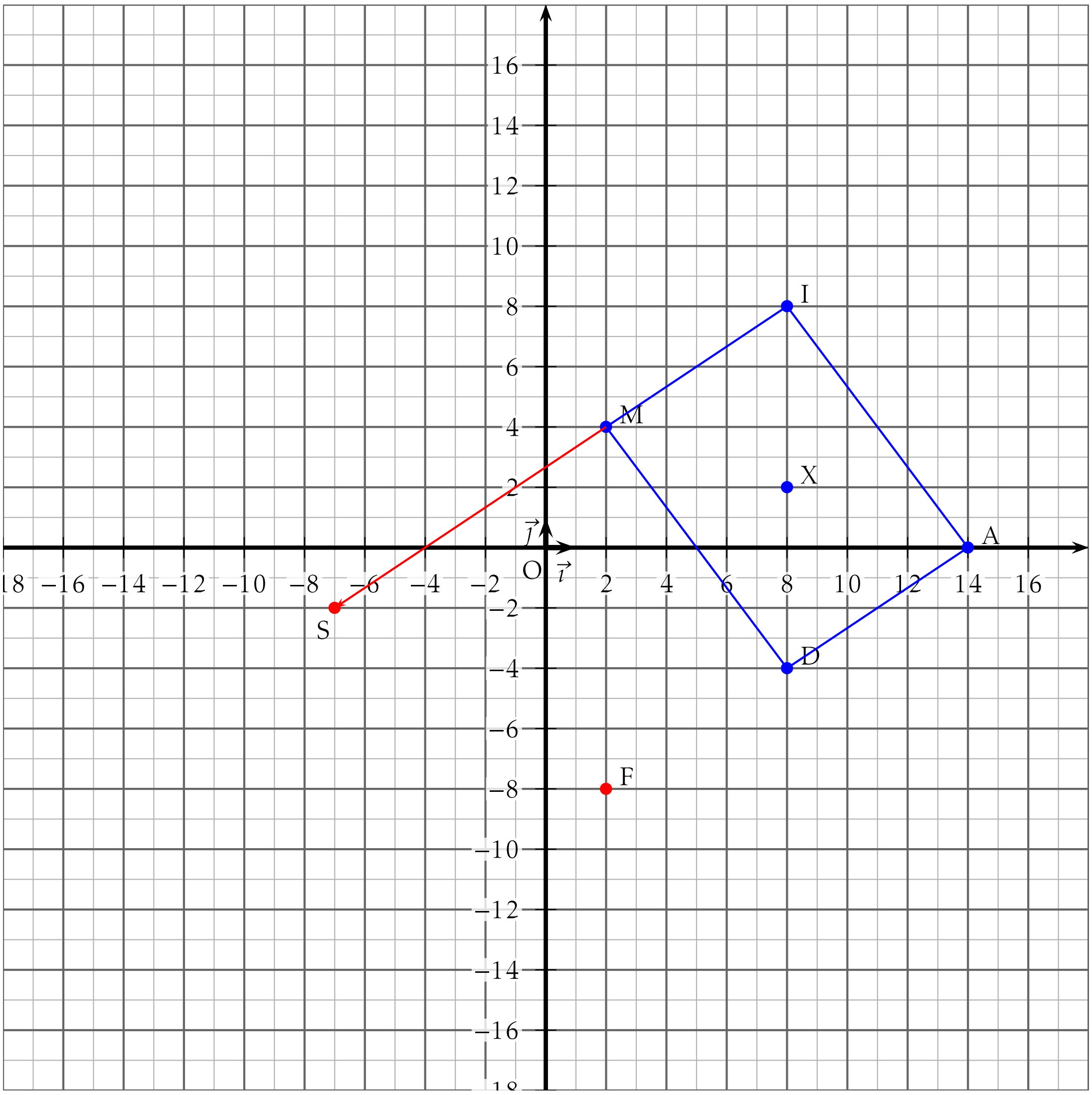
Somme de deux vecteurs de même origine, donc IMFD est un parallélogramme.

7. Le point P a pour coordonnées (290;184). Déterminer à l'aide d'un calcul, si les points D, A et P sont alignés.

coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DP}$; vérifier proportionnalité des coordonnées (ou calcul du déterminant)

	$\overrightarrow{DA}$	$\overrightarrow{DP}$
abscisse	6	282
ordonnée	4	188

$$\det\left(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DP}\right) = 0$$



Exercice 4 — Fonctions

14 *points*

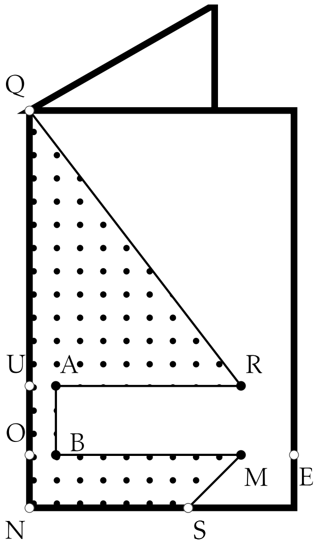
Pour fêter sa mutation à Marseille, un sympathique professeur a organisé une petite fête ! Les invités ont reçu un faire part en forme de bateau avec pour légende : « Embarquons pour de nouvelles aventures ! ».

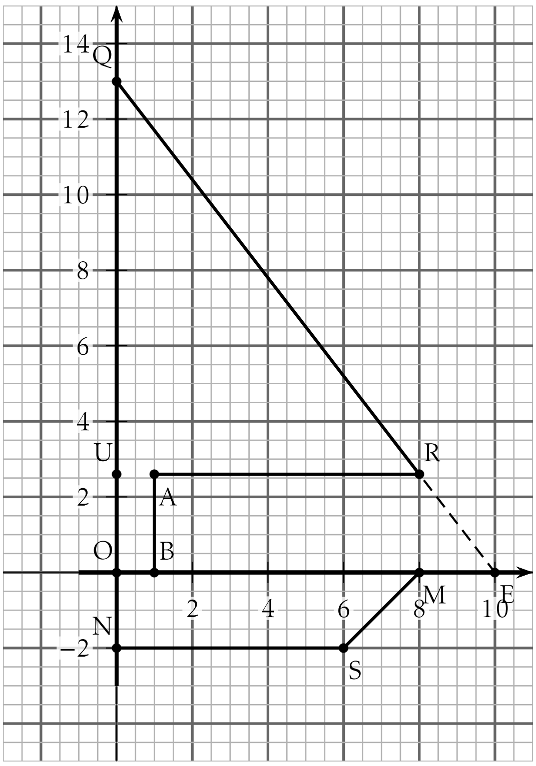
Pour créer le bateau, il a plié en deux une feuille de papier, dessiné et découpé le motif ci-contre (la droite (QN) est le pli du papier).

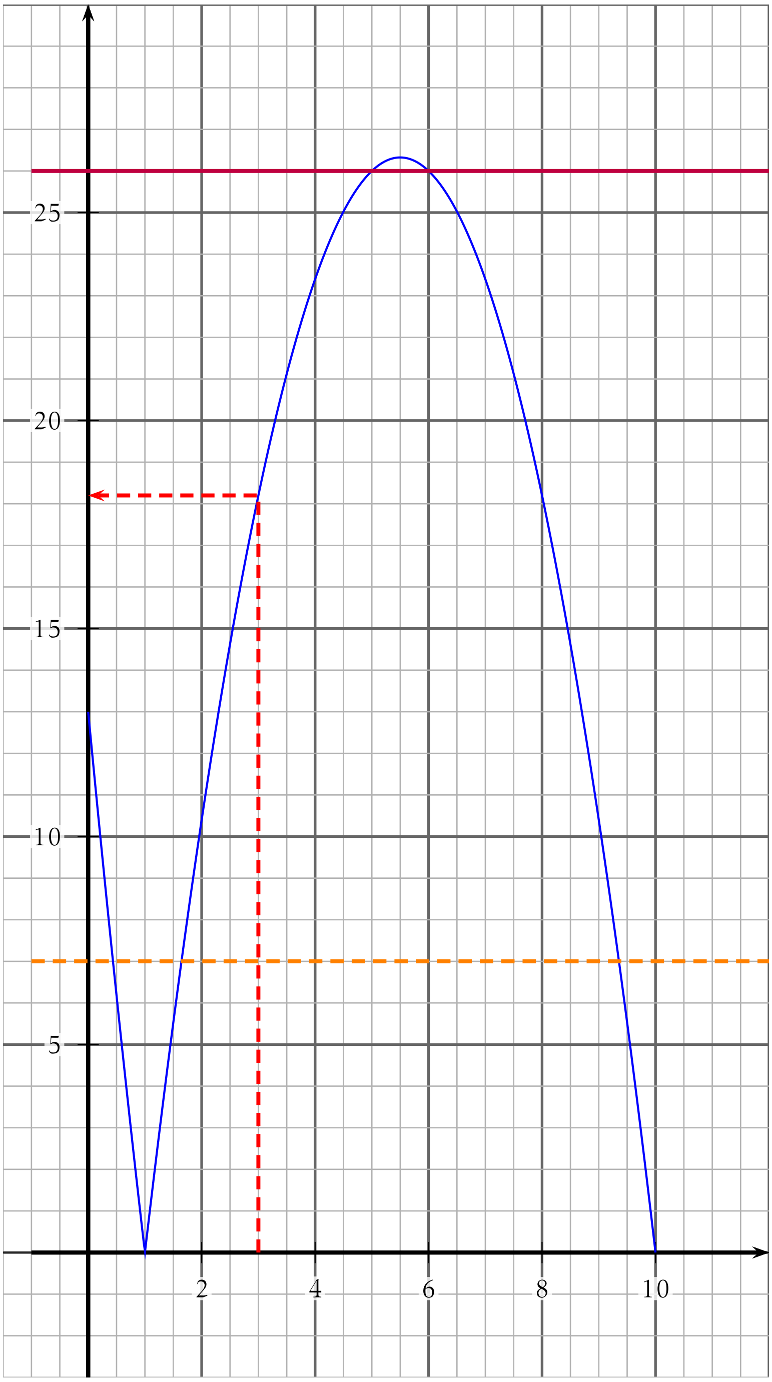
Pour des raisons mystérieuses, il s'est intéressé à l'aire du rectangle ABMR.

Pour cela il a reporté son motif dans un repère d'origine O :

- il définit les points : B(1 ; 0) ; N(0 ; −2) ; E(10 ; 0) et Q(0 ; 13)
- R est le point de la droite (QE) qui a la même abscisse que le point M.
- U a pour abscisse 0 et a la même ordonnée que R.
- A a la même abscisse que B et a la même ordonnée que R.







Partie A – Lectures graphiques

Dans cette partie, on travaille sur la courbe $\mathscr{C}_f$ qui représente une fonction f sur l'intervalle $[0;10]$.

Répondre aux questions suivantes **sur l'énoncé** avec la précision permise par la lecture graphique en laissant apparents les *pointillés de lecture*.

1. Lire l'image de 3 ....

   Donner l(es) antécédent(s) de 7 ....

2. Résoudre l'inéquation $f(x) > 26$ sur $[0;10]$ ....

   $x \in]5;6[$

3. Compléter le tableau de variations de la fonction f sur $[0;10]$.

x	0	10
variations de f		

x	0	1	5,5	10
variations de f	$\searrow$	0 $\nearrow$	$\searrow$	0

Partie B – Calculs

Dans cette partie, le point M est un point du segment [BE]. La fonction $\mathscr{A}$ donne l'aire du rectangle ABMR en fonction de l'abscisse x de M avec $x \in [1;10]$.

On admet que la représentation de la fonction $\mathscr{A}$ est confondue avec celle de la fonction f sur $[1;10]$.

1. Préciser, en détaillant la méthode, quelle est l'équation réduite de la droite (QE) parmi :
   • $y = -1{,}1x + 11$ • $y = -1{,}2x + 12$ • $y = -1{,}3x + 13$ • $y = -1{,}4x + 14$

   au choix :
   - vérifier la valeur de l'ordonnée à l'origine
   - vérifier que les coordonnées des points Q et E vérifient l'équation proposée.
   - (moins astucieux) utiliser $y = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A$
   - (moins astucieux) utiliser le déterminant

2. Déterminer l'aire du rectangle ABMR lorsque l'abscisse de M est égale à 8.

   $\mathscr{A}_{ABMR} = MB \times MR = (x-1) \times (y_R)$ avec y_R calculée à l'aide de l'équation de la droite (QE) quand $x = 8$.

3. Justifier à l'aide d'un calcul que $\mathscr{A}(x) = -1{,}3\left(x^2 - 11x + 10\right)$. (Rappel : $x \in [1;10]$)

   $x \geqslant 1$, donc $MB = x - 1$
   $\mathscr{A}(x) = MB \times MR$ or $MB = x - 1$ et $MR = y_R$

4. **a)** Donner l'expression développée de $(x-6)(5-x)$.

   $(x-6)(5-x) = 5x - x^2 - 30 + 6x = -x^2 + 11x - 30$

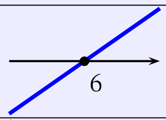
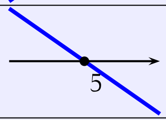
   b) En déduire que l'inéquation $\mathscr{A}(x) > 26$ est équivalente à $(x-6)(5-x) > 0$.

$$
\begin{aligned}
&\mathscr{A}(x) > 26\\
\Leftrightarrow &-1{,}3\left(x^2-11x+10\right) > 26\\
\Leftrightarrow &-\left(x^2-11x+10\right) > 20\\
\Leftrightarrow &-x^2+11x-10-20 > 0\\
\Leftrightarrow &-x^2+11x-30 > 0
\end{aligned}
$$

donc $\mathscr{A}(x) > 26 \Leftrightarrow (x-6)(5-x) > 0$

5. Résoudre $(x-6)(5-x) > 0$ pour $x \in [\,1\,;10\,]$ à l'aide du tableau de signes suivant (à compléter).

x	1 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ 10
signe de $x-6$	
signe de $5-x$	
signe du produit	

x	1		5		6		10	
signe de $x-6$		$-$		$-$	0	$+$		
signe de $5-x$		$+$	0	$-$		$-$		
signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$		

Donc $(x-6)(5-x) > 0 \Leftrightarrow x \in \,]\,5\,;6\,[$

le sujet est à rendre avec la copie.

Nom, Prénom : .... Classe : ......

Sujet B

- L'usage d'UNE seule calculatrice par élève est autorisé (échange entre élève interdit).
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- Tout résultat doit être soigneusement justifié et tous les calculs doivent clairement explicités.
- Les 4 exercices sont indépendants.
- Cette évaluation dure 2 heures et est notée sur 40 points

Exercice 1 — Calcul algébrique

9,5 *points*

1. a) Développer et réduire $f(x) = (4x-3)(2-x)+4x^2$ et vérifier que $f(x) = 11x-6$.

double distributivité / réduire expression.

$$f(x) = (4x-3)(2-x)+4x^2$$
$$f(x) = 11x-6$$

b) Préciser la nature de la fonction f, puis celle de sa courbe.

f est une fonction affine, sa représentation est une droite.

c) Résoudre sur $\mathbb{R}$: $f(x) > 0$ et donner l'ensemble des solutions.

Au choix :
- résolution algébrique ;
- résolution à l'aide de la représentation graphique

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left]\dfrac{6}{11};+\infty\right[$

2. Factoriser $\mathrm{B}(x) = (x+5)(3x-2)-(x+5)(x+1)$.

$\mathrm{B}(x) = (x+5)(2x-3)$

3. Factoriser $\mathrm{C}(x) = (12-2x)^2-49$.

$$\begin{aligned}(12-2x)^2-49 &= (12-2x)^2-7^2\\ &= (12-2x-7)\times(12-2x+7)\\ &= (5-2x)(19-2x)\end{aligned}$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $5x^2-7x=0$

on factorise par x, puis on trouve que l'équation admet deux solutions : 0 et $\dfrac{7}{5}$.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 = 15$

Méthode au choix : identités remarquables, fonctions de référence...	$x^2 = a \Leftrightarrow x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$

Exercice 2 — Parc animalier

6 points

Dans cet exercice, on arrondira tous les résultats à l'unité. Dans un parc animalier situé au cœur de la Provence…

1. Dans ce parc, 45 des 136 espèces animales sont des mammifères. Calculer le pourcentage d'espèces qui sont des mammifères.

   La proportion des mammifères est $\dfrac{45}{136}$, ce qui représente 33 % de la population.

2. En 2025, le tarif d'entrée pour un adulte est 22 €. Le tarif enfant bénéficie d'une réduction de 23 %. Calculer le tarif d'entrée pour un enfant (arrondi à l'euro le plus proche).

   Le tarif enfant est $\left(1-\dfrac{23}{100}\right)\times 22 \approx 17$.
   Si tableau de proportionnalité : il faut mettre des légendes !

3. Le tarif adulte est passé de 12 € en 2020 à 15 € en 2025. Calculer la variation en pourcentage du tarif adulte entre 2020 et 2025.

   Une augmentation de t % correspond à un coefficient multiplicateur $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)$.

   On cherche t tel que $12\times\left(1+\dfrac{t}{100}\right)=15 \Leftrightarrow t=\left(\dfrac{15}{12}-1\right)\times 100 = 25$

4. La fréquentation du parc a baissé de 10 % entre 2018 et 2020 et a augmenté de 19 % entre 2020 et 2022. Déterminer la variation (hausse ou baisse) de la fréquentation entre 2018 et 2022 sous forme de pourcentage.

   Soient n_0 le nombre de visteurs en 2018, n_1 le nombre de visiteurs en 2020 et n_2 le nombre de visiteurs en 2022.
   On peut résumer la situation à l'aide d'un schéma :

   $$n_0 \xrightarrow[\times\left(1-\frac{10}{100}\right)]{\searrow 10\,\%} n_1 \xrightarrow[\times\left(1+\frac{19}{100}\right)]{\nearrow 19\,\%} n_2$$

   Le coefficient d'évolution est donc $\left(1-\dfrac{10}{100}\right)\times\left(1+\dfrac{19}{100}\right)=1{,}071$, donc la fréquentation a augmenté de 7 %.

Exercice 3 — Géométrie repérée

10,5 points

Dans le repère orthonormé $\left(O;\vec{\imath};\vec{\jmath}\right)$ donné ci-après, on considère les points suivants :

$$C(8;-8), H(14;0), A(8;4) \text{ et } T(2;-4)$$

1. Placer les points C, H, A et T dans le repère.
2. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CH}$.

   Lecture graphique ou calcul.
   $\overrightarrow{CH}=\begin{pmatrix}x_H-x_C\\ y_H-y_C\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14-8\\ 0-(-8)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\ 8\end{pmatrix}$

3. Calculer les coordonnées du point X, milieu du segment [CA]. $X=\left(\dfrac{8+8}{2};\dfrac{-8+4}{2}\right)=(8;-2)$
4. Calculer la distance HA. On admet que CH = 10 et CA = 12.

   $HA=\sqrt{(x_A-x_H)^2+(y_A-y_H)^2}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

5. a) Montrer que le quadrilatère CHAT est un parallélogramme.

   Pour démontrer que CHAT est un parallélogramme il suffit de vérifier une des conditions suivantes (entre autres) :
   - les diagonales [CA] et [HT] se coupent en leur milieu (les coordonnées de X ont déjà été calculées) ; il suffit de calculer les coordonnées du milieu de [HT].
   - les vecteurs $\overrightarrow{CH}$ et $\overrightarrow{TA}$ sont égaux (les coordonnées de $\overrightarrow{CH}$ sont déjà calculées) ; il suffit de calculer les coordonnées de $\overrightarrow{TA}$.
   - les vecteurs $\overrightarrow{CT}$ et $\overrightarrow{HA}$ sont égaux (pas malin…) ;
   - $\overrightarrow{TH}=\overrightarrow{TC}+\overrightarrow{TA}$ (pas malin…)

   b) CHAT est-il un rectangle ? Justifier la réponse par un calcul.

   Pour démontrer que c'est un rectangle, il faut un angle droit. Dans le triangle CHA, on sait que $CH=2\sqrt{13}$ et que HA = 10. On a aussi CA = 12.
   Or $CH^2+HA^2\neq CA^2$, donc le triangle n'est pas rectangle en H, CHAT n'est pas un rectangle.
   Ou bien montrer que les diagonales n'ont pas la même longueur.

6. **a)** Construire le point S tel que $\overrightarrow{TS} = \frac{3}{2}\overrightarrow{HC}$.

Construction de S à l'aide des coordonnées, ou par translation, ou en comptant les carreaux, ou ...

b) Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{AC}$

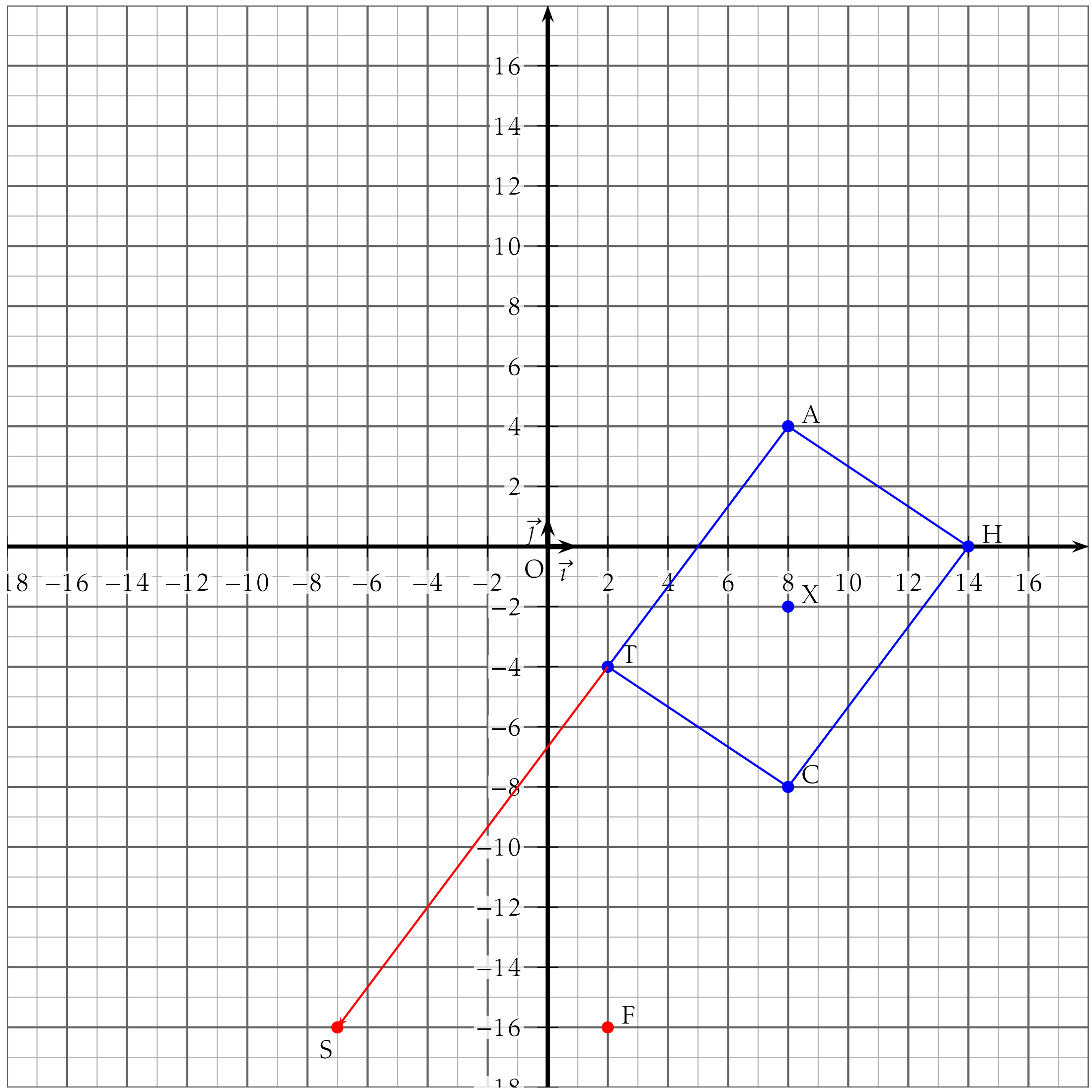
Somme de deux vecteurs de même origine, donc ATFC est un parallélogramme.

7. Le point P a pour coordonnées $(326;415)$. Déterminer à l'aide d'un calcul, si les points C, H et P sont alignés.

coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CP}$; vérifier proportionnalité des coordonnées (ou calcul du déterminant)

	$\overrightarrow{CH}$	$\overrightarrow{CP}$
abscisse	6	318
ordonnée	8	423

$$\det\left(\overrightarrow{CH}, \overrightarrow{CP}\right) = -6$$

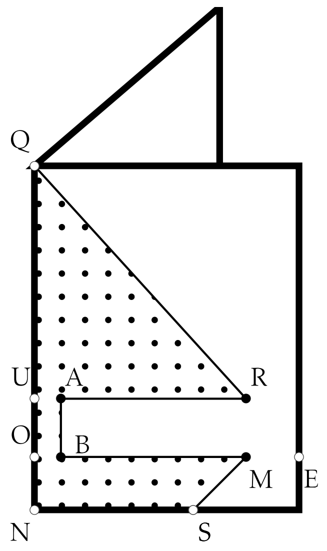


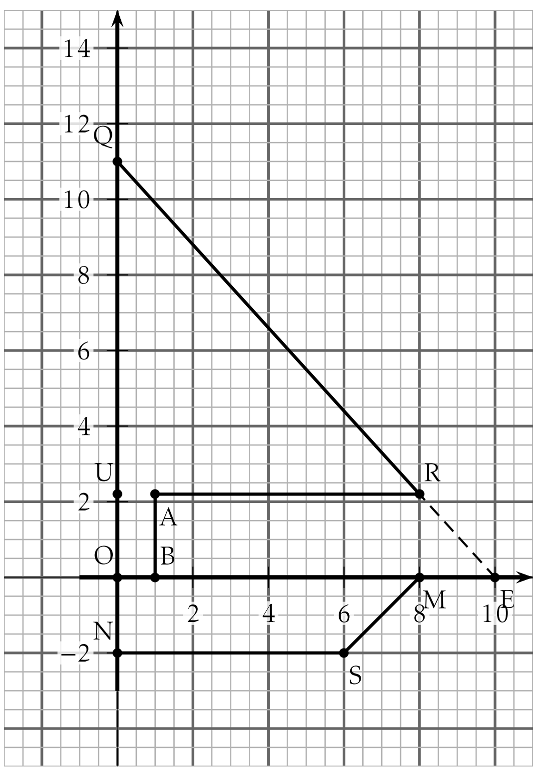
Exercice 4 — Fonctions

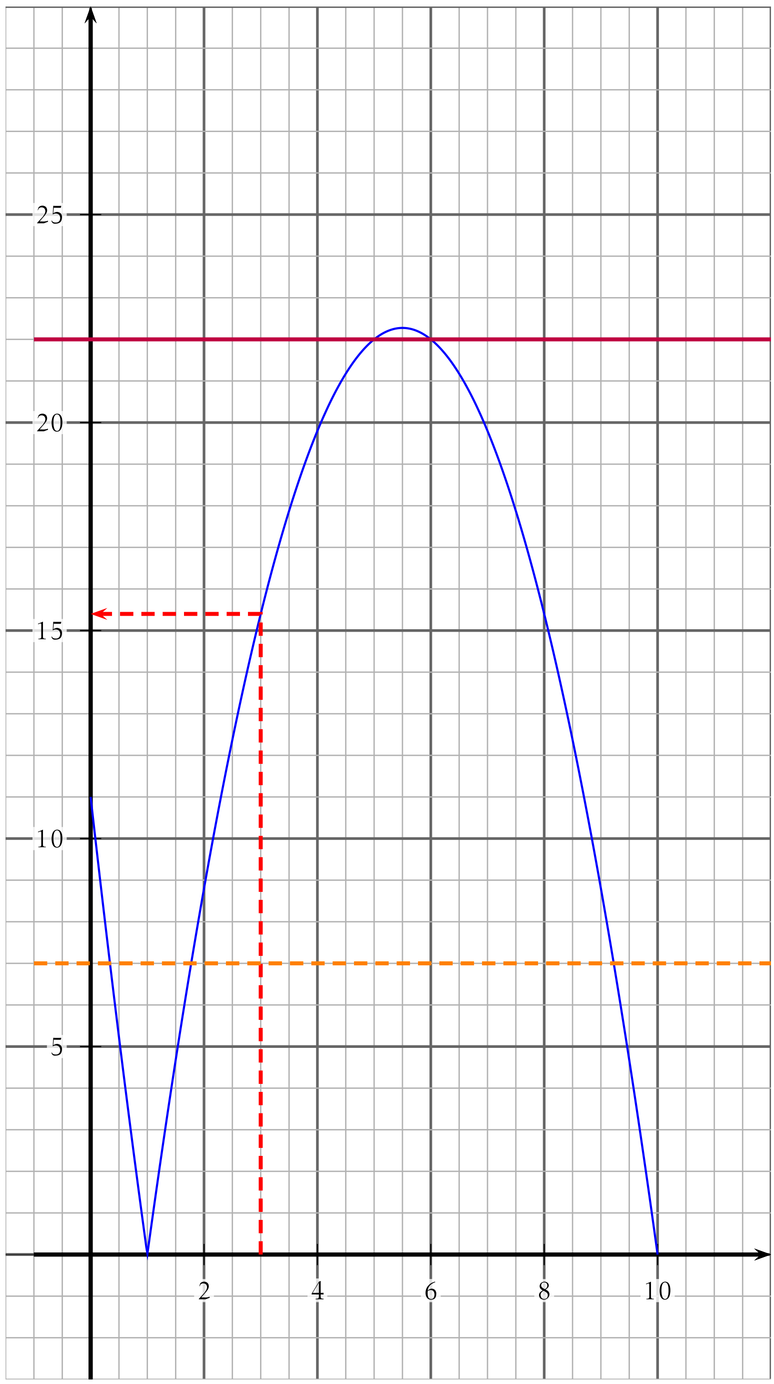
14 *points*

Pour fêter sa mutation à Marseille, un sympathique professeur a organisé une petite fête ! Les invités ont reçu un faire part en forme de bateau avec pour légende : « Embarquons pour de nouvelles aventures ! ».
Pour créer le bateau, il a plié en deux une feuille de papier, dessiné et découpé le motif ci-contre (la droite (QN) est le pli du papier).
Pour des raisons mystérieuses, il s'est intéressé à l'aire du rectangle ABMR.
Pour cela il a reporté son motif dans un repère d'origine O :

- il définit les points : B(1 ; 0) ; N(0 ; −2) ; E(10 ; 0) et Q(0 ; 11)
- R est le point de la droite (QE) qui a la même abscisse que le point M.
- U a pour abscisse 0 et a la même ordonnée que R.
- A a la même abscisse que B et a la même ordonnée que R.







Partie A – Lectures graphiques

Dans cette partie, on travaille sur la courbe $\mathscr{C}_f$ qui représente une fonction f sur l'intervalle $[0;10]$.

Répondre aux questions suivantes **sur l'énoncé** avec la précision permise par la lecture graphique en laissant apparents les *pointillés de lecture*.

1. Lire l'image de 3 ....

Donner l(es) antécédent(s) de 7 ....

2. Résoudre l'inéquation $f(x) > 22$ sur $[0;10]$ ....

$x \in]5;6[$

3. Compléter le tableau de variations de la fonction f sur $[0;10]$.

x	0	10
variations de f		

x	0	1	5,5	10
variations de f	$\searrow$	0 $\nearrow$	$\searrow$	0

Partie B – Calculs

Dans cette partie, le point M est un point du segment [BE]. La fonction $\mathscr{A}$ donne l'aire du rectangle ABMR en fonction de l'abscisse x de M avec $x \in [1;10]$.

On admet que la représentation de la fonction $\mathscr{A}$ est confondue avec celle de la fonction f sur $[1;10]$.

1. Préciser, en détaillant la méthode, quelle est l'équation réduite de la droite (QE) parmi :

• $y = -1,1x + 11$ • $y = -1,2x + 12$ • $y = -1,3x + 13$ • $y = -1,4x + 14$

au choix :

- vérifier la valeur de l'ordonnée à l'origine
- vérifier que les coordonnées des points Q et E vérifient l'équation proposée.
- (moins astucieux) utiliser $y = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A$
- (moins astucieux) utiliser le déterminant

2. Déterminer l'aire du rectangle ABMR lorsque l'abscisse de M est égale à 8.

$\mathscr{A}_{ABMR} = MB \times MR = (x-1) \times (y_R)$ avec y_R calculée à l'aide de l'équation de la droite (QE) quand $x = 8$.

3. Justifier à l'aide d'un calcul que $\mathscr{A}(x) = -1,1\left(x^2 - 11x + 10\right)$. (Rappel : $x \in [1;10]$)

$x \geqslant 1$, donc $MB = x - 1$

$\mathscr{A}(x) = MB \times MR$ or $MB = x - 1$ et $MR = y_R$

4. a) Donner l'expression développée de $(x-6)(5-x)$.

$(x-6)(5-x) = 5x - x^2 - 30 + 6x = -x^2 + 11x - 30$

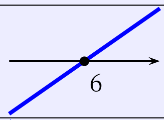
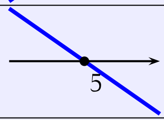
b) En déduire que l'inéquation $\mathscr{A}(x) > 22$ est équivalente à $(x-6)(5-x) > 0$.

$$
\begin{aligned}
&\mathscr{A}(x) > 22\\
\Leftrightarrow &-1{,}1\left(x^2-11x+10\right) > 22\\
\Leftrightarrow &-\left(x^2-11x+10\right) > 20\\
\Leftrightarrow &-x^2+11x-10-20 > 0\\
\Leftrightarrow &-x^2+11x-30 > 0
\end{aligned}
$$

donc $\mathscr{A}(x) > 22 \Leftrightarrow (x-6)(5-x) > 0$

5. Résoudre $(x-6)(5-x) > 0$ pour $x \in [\,1\,;10\,]$ à l'aide du tableau de signes suivant (à compléter).

x	1 10
signe de $x-6$	
signe de $5-x$	
signe du produit	

x	1		5		6		10	
signe de $x-6$		$-$	|	$-$	0	$+$		
signe de $5-x$		$+$	0	$-$	|	$-$		
signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$		

Donc $(x-6)(5-x) > 0 \Leftrightarrow x \in \,]\,5\,;6\,[$

le sujet est à rendre avec la copie.

Nom, Prénom : .... Classe : ......

Sujet C

- L'usage d'UNE seule calculatrice par élève est autorisé (échange entre élève interdit).
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- Tout résultat doit être soigneusement justifié et tous les calculs doivent clairement explicités.
- Les 4 exercices sont indépendants.
- Cette évaluation dure 2 heures et est notée sur 40 points

Exercice 1 — Calcul algébrique

9,5 *points*

1. **a)** Développer et réduire $f(x) = (3x-2)(3-x)+3x^2$ et vérifier que $f(x) = 11x-6$.

   double distributivité / réduire expression.

   $$\begin{aligned} f(x) &= (3x-2)(3-x)+3x^2 \\ f(x) &= 11x-6 \end{aligned}$$

   b) Préciser la nature de la fonction f, puis celle de sa courbe.

   f est une fonction affine, sa représentation est une droite.

   c) Résoudre sur $\mathbb{R}$: $f(x) > 0$ et donner l'ensemble des solutions.

   Au choix :
   - résolution algébrique ;
   - résolution à l'aide de la représentation graphique

   $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left]\dfrac{6}{11}\,;+\infty\right[$

2. Factoriser $B(x) = (x+2)(3x-4)-(x+2)(x+5)$.

   $B(x) = (x+2)(2x-9)$

3. Factoriser $C(x) = (20-2x)^2-25$.

   $$\begin{aligned} (20-2x)^2-25 &= (20-2x)^2-5^2 \\ &= (20-2x-5)\times(20-2x+5) \\ &= (15-2x)(25-2x) \end{aligned}$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $5x^2-9x=0$

   on factorise par x, puis on trouve que l'équation admet deux solutions : 0 et $\dfrac{9}{5}$.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 = 13$

Méthode au choix : identités remarquables, fonctions de référence...	$x^2 = a \Leftrightarrow x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$

Exercice 2 — Parc animalier *6 points*

Dans cet exercice, on arrondira tous les résultats à l'unité. Dans un parc animalier situé au cœur de la Provence…

1. Dans ce parc, 58 des 136 espèces animales sont des mammifères. Calculer le pourcentage d'espèces qui sont des mammifères.

   La proportion des mammifères est $\dfrac{58}{136}$, ce qui représente 43 % de la population.

2. En 2025, le tarif d'entrée pour un adulte est 22 €. Le tarif enfant bénéficie d'une réduction de 31 %. Calculer le tarif d'entrée pour un enfant (arrondi à l'euro le plus proche).

   Le tarif enfant est $\left(1-\dfrac{31}{100}\right)\times 22 = 15$.
   Si tableau de proportionnalité : il faut mettre des légendes !

3. Le tarif adulte est passé de 17 € en 2020 à 22 € en 2025. Calculer la variation en pourcentage du tarif adulte entre 2020 et 2025.

   Une augmentation de t % correspond à un coefficient multiplicateur $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)$.

   On cherche t tel que $17\times\left(1+\dfrac{t}{100}\right) = 22 \Leftrightarrow t = \left(\dfrac{22}{17}-1\right)\times 100 \approx 29$

4. La fréquentation du parc a baissé de 15 % entre 2018 et 2020 et a augmenté de 25 % entre 2020 et 2022. Déterminer la variation (hausse ou baisse) de la fréquentation entre 2018 et 2022 sous forme de pourcentage.

   Soient n_0 le nombre de visteurs en 2018, n_1 le nombre de visiteurs en 2020 et n_2 le nombre de visiteurs en 2022.
   On peut résumer la situation à l'aide d'un schéma :

   $$n_0 \xrightarrow[\times\left(1-\frac{15}{100}\right)]{\searrow 15\,\%} n_1 \xrightarrow[\times\left(1+\frac{25}{100}\right)]{\nearrow 25\,\%} n_2$$

   Le coefficient d'évolution est donc $\left(1-\dfrac{15}{100}\right)\times\left(1+\dfrac{25}{100}\right) = 1,0625$, donc la fréquentation a augmenté de 6 %.

Exercice 3 — Géométrie repérée *10,5 points*

Dans le repère orthonormé $\left(O;\vec{\imath};\vec{\jmath}\right)$ donné ci-après, on considère les points suivants :

$$M(8;-8), U(14;-4), L(8;4) \text{ et } E(2;0)$$

1. Placer les points M, U, L et E dans le repère.
2. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MU}$.

   Lecture graphique ou calcul.
   $\overrightarrow{MU} = \begin{pmatrix} x_U - x_M \\ y_U - y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14-8 \\ -4-(-8) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

3. Calculer les coordonnées du point X, milieu du segment [ML]. $X = \left(\dfrac{8+8}{2}; \dfrac{-8+4}{2}\right) = (8;-2)$
4. Calculer la distance MU. On admet que UL = 10 et ML = 12.

   $MU = \sqrt{(x_U-x_M)^2+(y_U-y_M)^2} = \sqrt{6^2+4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

5. a) Montrer que le quadrilatère MULE est un parallélogramme.

   Pour démontrer que MULE est un parallélogramme il suffit de vérifier une des conditions suivantes (entre autres) :
   - les diagonales [ML] et [UE] se coupent en leur milieu (les coordonnées de X ont déjà été calculées) ; il suffit de calculer les coordonnées du milieu de [UE].
   - les vecteurs $\overrightarrow{MU}$ et $\overrightarrow{EL}$ sont égaux (les coordonnées de $\overrightarrow{MU}$ sont déjà calculées) ; il suffit de calculer les coordonnées de $\overrightarrow{EL}$.
   - les vecteurs $\overrightarrow{ME}$ et $\overrightarrow{UL}$ sont égaux (pas malin…) ;
   - $\overrightarrow{EU} = \overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EL}$ (pas malin…)

   b) MULE est-il un rectangle ? Justifier la réponse par un calcul.

   Pour démontrer que c'est un rectangle, il faut un angle droit. Dans le triangle MUL, on sait que $MU = 2\sqrt{13}$ et que UL = 10. On a aussi ML = 12.
   Or $MU^2 + UL^2 \neq ML^2$, donc le triangle n'est pas rectangle en U, MULE n'est pas un rectangle.
   Ou bien montrer que les diagonales n'ont pas la même longueur.

6. a) Construire le point S tel que $\overrightarrow{ES} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{UM}$.

   Construction de S à l'aide des coordonnées, ou par translation, ou en comptant les carreaux, ou ...

   b) Construire le point F tel que $\overrightarrow{LF} = \overrightarrow{LE} + \overrightarrow{LM}$

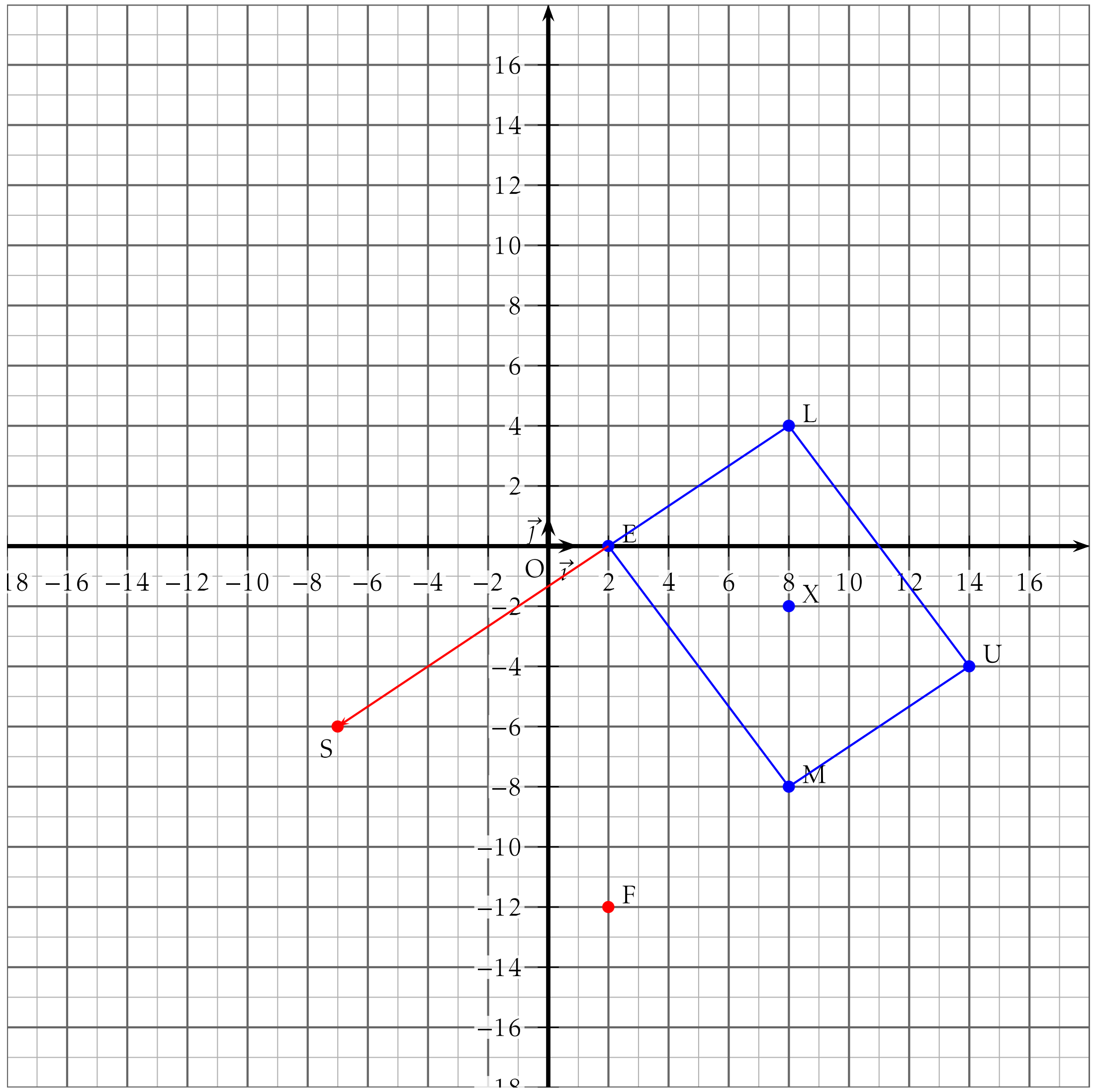
   Somme de deux vecteurs de même origine, donc LEFM est un parallélogramme.

7. Le point P a pour coordonnées (266 ; 164). Déterminer à l'aide d'un calcul, si les points M, U et P sont alignés.

coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MP}$; vérifier proportionnalité des coordonnées (ou calcul du déterminant)

	$\overrightarrow{MU}$	$\overrightarrow{MP}$
abscisse	6	258
ordonnée	4	172

$$\det\left(\overrightarrow{MU}, \overrightarrow{MP}\right) = 0$$



Exercice 4 — Fonctions

14 points

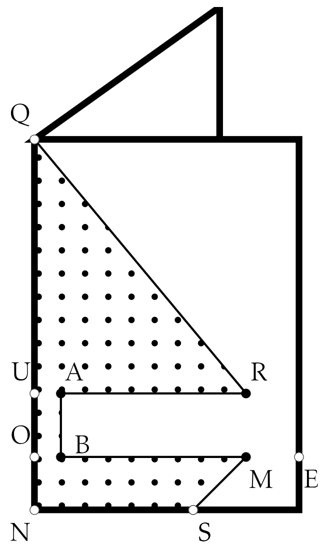
Pour fêter sa mutation à Marseille, un sympathique professeur a organisé une petite fête ! Les invités ont reçu un faire part en forme de bateau avec pour légende : « Embarquons pour de nouvelles aventures ! ».

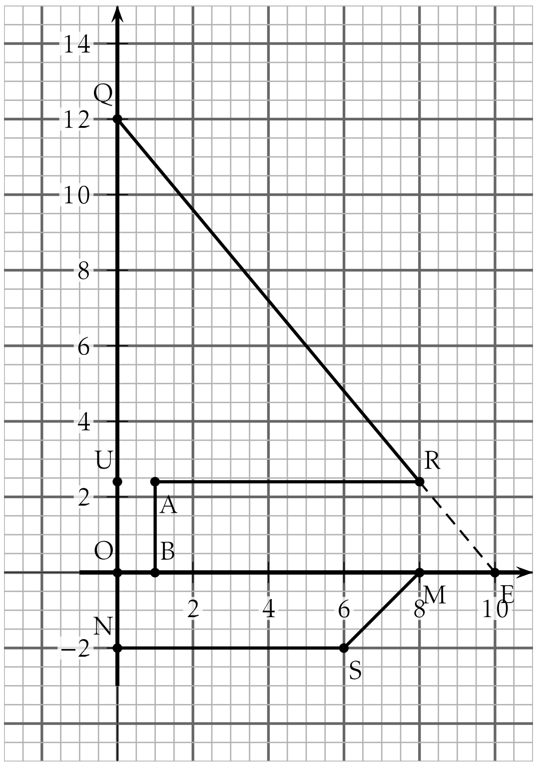
Pour créer le bateau, il a plié en deux une feuille de papier, dessiné et découpé le motif ci-contre (la droite (QN) est le pli du papier).

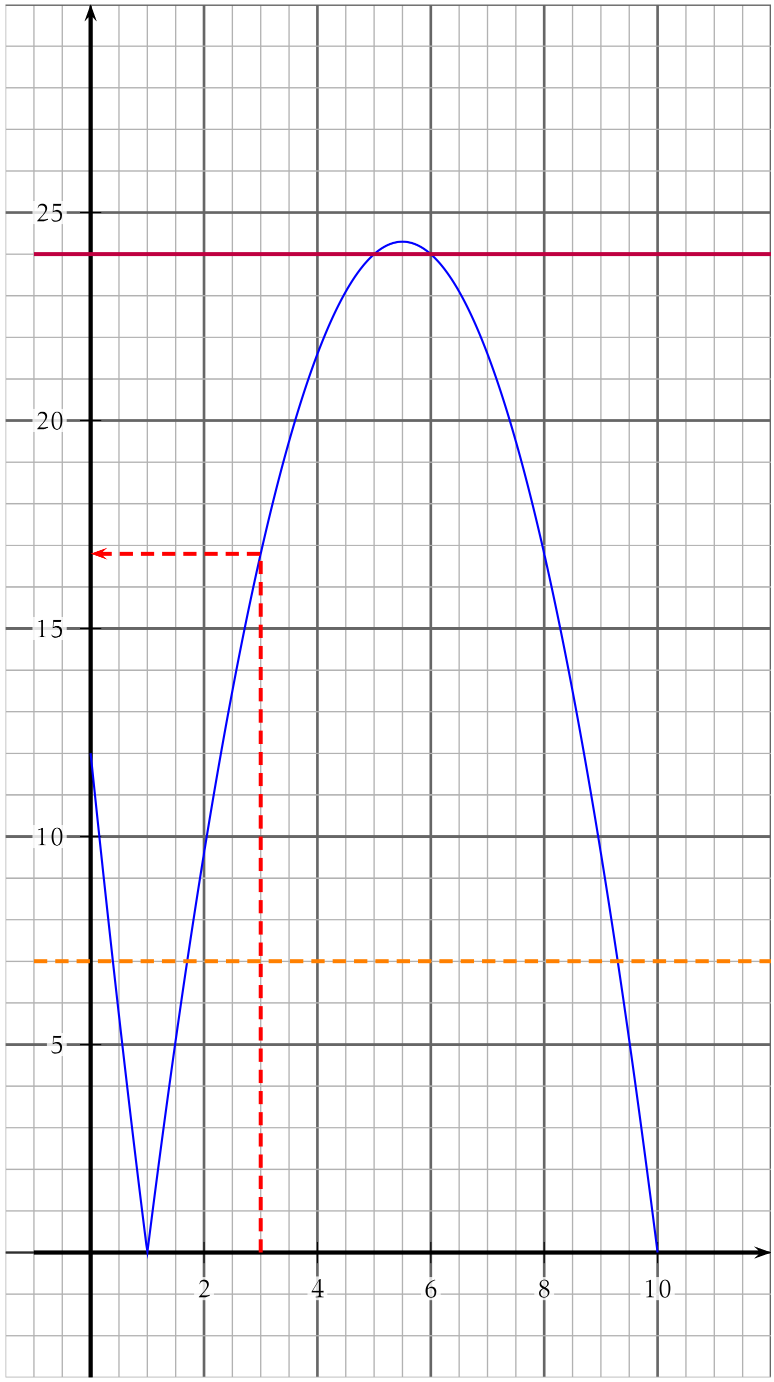
Pour des raisons mystérieuses, il s'est intéressé à l'aire du rectangle ABMR.

Pour cela il a reporté son motif dans un repère d'origine O :

- il définit les points : B$(1;0)$; N$(0;-2)$; E$(10;0)$ et Q$(0;12)$
- R est le point de la droite (QE) qui a la même abscisse que le point M.
- U a pour abscisse 0 et a la même ordonnée que R.
- A a la même abscisse que B et a la même ordonnée que R.







Partie A – Lectures graphiques

Dans cette partie, on travaille sur la courbe $\mathscr{C}_f$ qui représente une fonction f sur l'intervalle $[0;10]$.

Répondre aux questions suivantes **sur l'énoncé** avec la précision permise par la lecture graphique en laissant apparents les *pointillés de lecture*.

1. Lire l'image de 3 ....

   Donner l(es) antécédent(s) de 7 ....

2. Résoudre l'inéquation $f(x) > 24$ sur $[0;10]$ ....

   $x \in]5;6[$

3. Compléter le tableau de variations de la fonction f sur $[0;10]$.

x	0	10
variations de f		

x	0		1		5,5		10
variations de f		↘		↗		↘	
			0				0

Partie B – Calculs

Dans cette partie, le point M est un point du segment [BE]. La fonction $\mathscr{A}$ donne l'aire du rectangle ABMR en fonction de l'abscisse x de M avec $x \in [1;10]$.

On admet que la représentation de la fonction $\mathscr{A}$ est confondue avec celle de la fonction f sur $[1;10]$.

1. Préciser, en détaillant la méthode, quelle est l'équation réduite de la droite (QE) parmi :
   • $y = -1{,}1x + 11$ • $y = -1{,}2x + 12$ • $y = -1{,}3x + 13$ • $y = -1{,}4x + 14$

   au choix :
   - vérifier la valeur de l'ordonnée à l'origine
   - vérifier que les coordonnées des points Q et E vérifient l'équation proposée.
   - (moins astucieux) utiliser $y = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A$
   - (moins astucieux) utiliser le déterminant

2. Déterminer l'aire du rectangle ABMR lorsque l'abscisse de M est égale à 8.

   $\mathscr{A}_{ABMR} = MB \times MR = (x-1) \times (y_R)$ avec y_R calculée à l'aide de l'équation de la droite (QE) quand $x = 8$.

3. Justifier à l'aide d'un calcul que $\mathscr{A}(x) = -1{,}2\left(x^2 - 11x + 10\right)$. (Rappel : $x \in [1;10]$)

   $x \geqslant 1$, donc $MB = x - 1$
   $\mathscr{A}(x) = MB \times MR$ or $MB = x - 1$ et $MR = y_R$

4. a) Donner l'expression développée de $(x-6)(5-x)$.

   $(x-6)(5-x) = 5x - x^2 - 30 + 6x = -x^2 + 11x - 30$

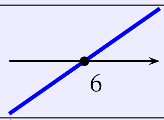
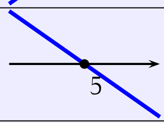
   b) En déduire que l'inéquation $\mathscr{A}(x) > 24$ est équivalente à $(x-6)(5-x) > 0$.

$$\begin{aligned}
&\mathscr{A}(x) > 24\\
\Leftrightarrow &-1{,}2\left(x^2-11x+10\right) > 24\\
\Leftrightarrow &-\left(x^2-11x+10\right) > 20\\
\Leftrightarrow &-x^2+11x-10-20 > 0\\
\Leftrightarrow &-x^2+11x-30 > 0
\end{aligned}$$

donc $\mathscr{A}(x) > 24 \Leftrightarrow (x-6)(5-x) > 0$

5. Résoudre $(x-6)(5-x) > 0$ pour $x \in [\,1\,;10\,]$ à l'aide du tableau de signes suivant (à compléter).

x	1	10
signe de $x-6$		
signe de $5-x$		
signe du produit		

x	1		5		6		10	
signe de $x-6$		$-$		$-$	0	$+$		
signe de $5-x$		$+$	0	$-$		$-$		
signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$		

Donc $(x-6)(5-x) > 0 \Leftrightarrow x \in \,]\,5\,;6\,[$

le sujet est à rendre avec la copie.

Nom, Prénom : .... Classe : ......

Sujet D

- L'usage d'UNE seule calculatrice par élève est autorisé (échange entre élève interdit).
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- Tout résultat doit être soigneusement justifié et tous les calculs doivent clairement explicités.
- Les 4 exercices sont indépendants.
- Cette évaluation dure 2 heures et est notée sur 40 points

Exercice 1 — Calcul algébrique

9,5 *points*

1. a) Développer et réduire $f(x) = (2x-3)(2-x) + 2x^2$ et vérifier que $f(x) = 7x - 6$.

   double distributivité / réduire expression.

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x-3)(2-x) + 2x^2 \\ f(x) &= 7x - 6 \end{aligned}$$

   b) Préciser la nature de la fonction f, puis celle de sa courbe.

   f est une fonction affine, sa représentation est une droite.

   c) Résoudre sur $\mathbb{R}$: $f(x) > 0$ et donner l'ensemble des solutions.

   Au choix :
   - résolution algébrique ;
   - résolution à l'aide de la représentation graphique

   $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left]\dfrac{6}{7};+\infty\right[$

2. Factoriser $\mathrm{B}(x) = (x+3)(3x-2) - (x+3)(1-2x)$.

   $\mathrm{B}(x) = (x+3)(5x-3)$

3. Factoriser $\mathrm{C}(x) = (13-2x)^2 - 36$.

$$\begin{aligned} (13-2x)^2 - 36 &= (13-2x)^2 - 6^2 \\ &= (13-2x-6) \times (13-2x+6) \\ &= (7-2x)(19-2x) \end{aligned}$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2x^2 - 7x = 0$

   on factorise par x, puis on trouve que l'équation admet deux solutions : 0 et $\dfrac{7}{2}$.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 = 17$

   Méthode au choix : identités remarquables, fonctions de référence...

   $x^2 = a \Leftrightarrow x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$

Exercice 2 — Parc animalier *6 points*

Dans cet exercice, on arrondira tous les résultats à l'unité. Dans un parc animalier situé au cœur de la Provence...

1. Dans ce parc, 45 des 136 espèces animales sont des mammifères. Calculer le pourcentage d'espèces qui sont des mammifères.

La proportion des mammifères est $\dfrac{45}{136}$, ce qui représente 33 % de la population.

2. En 2025, le tarif d'entrée pour un adulte est 22 €. Le tarif enfant bénéficie d'une réduction de 23 %. Calculer le tarif d'entrée pour un enfant (arrondi à l'euro le plus proche).

Le tarif enfant est $\left(1-\dfrac{23}{100}\right)\times 22 \approx 17$.
Si tableau de proportionnalité : il faut mettre des légendes !

3. Le tarif adulte est passé de 12 € en 2020 à 15 € en 2025. Calculer la variation en pourcentage du tarif adulte entre 2020 et 2025.

Une augmentation de t % correspond à un coefficient multiplicateur $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)$.

On cherche t tel que $12\times\left(1+\dfrac{t}{100}\right)=15 \Leftrightarrow t=\left(\dfrac{15}{12}-1\right)\times 100 = 25$

4. La fréquentation du parc a baissé de 10 % entre 2018 et 2020 et a augmenté de 19 % entre 2020 et 2022. Déterminer la variation (hausse ou baisse) de la fréquentation entre 2018 et 2022 sous forme de pourcentage.

Soient n_0 le nombre de visteurs en 2018, n_1 le nombre de visiteurs en 2020 et n_2 le nombre de visiteurs en 2022.
On peut résumer la situation à l'aide d'un schéma :

$$n_0 \xrightarrow[\times\left(1-\frac{10}{100}\right)]{\searrow 10\,\%} n_1 \xrightarrow[\times\left(1+\frac{19}{100}\right)]{\nearrow 19\,\%} n_2$$

Le coefficient d'évolution est donc $\left(1-\dfrac{10}{100}\right)\times\left(1+\dfrac{19}{100}\right)=1{,}071$, donc la fréquentation a augmenté de 7 %.

Exercice 3 — Géométrie repérée *10,5 points*

Dans le repère orthonormé $\left(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$ donné ci-après, on considère les points suivants :

$$Z(8\,;-4),\ E(14\,;4),\ B(8\,;8) \text{ et } U(2\,;0)$$

1. Placer les points Z, E, B et U dans le repère.

2. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{ZE}$.

Lecture graphique ou calcul.
$\overrightarrow{ZE}=\begin{pmatrix}x_E-x_Z\\y_E-y_Z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14-8\\4-(-4)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}$

3. Calculer les coordonnées du point X, milieu du segment [ZB]. $X=\left(\dfrac{8+8}{2}\,;\dfrac{-4+8}{2}\right)=(8\,;2)$

4. Calculer la distance EB. On admet que ZE = 10 et ZB = 12.

$EB=\sqrt{(x_B-x_E)^2+(y_B-y_E)^2}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

5. **a)** Montrer que le quadrilatère ZEBU est un parallélogramme.

Pour démontrer que ZEBU est un parallélogramme il suffit de vérifier une des conditions suivantes (entre autres) :
- les diagonales [ZB] et [EU] se coupent en leur milieu (les coordonnées de X ont déjà été calculées) ; il suffit de calculer les coordonnées du milieu de [EU].
- les vecteurs $\overrightarrow{ZE}$ et $\overrightarrow{UB}$ sont égaux (les coordonnées de $\overrightarrow{ZE}$ sont déjà calculées) ; il suffit de calculer les coordonnées de $\overrightarrow{UB}$.
- les vecteurs $\overrightarrow{ZU}$ et $\overrightarrow{EB}$ sont égaux (pas malin...) ;
- $\overrightarrow{UE}=\overrightarrow{UZ}+\overrightarrow{UB}$ (pas malin...)

b) ZEBU est-il un rectangle ? Justifier la réponse par un calcul.

Pour démontrer que c'est un rectangle, il faut un angle droit. Dans le triangle ZEB, on sait que $ZE=2\sqrt{13}$ et que EB = 10. On a aussi ZB = 12.

Or $ZE^2+EB^2\neq ZB^2$, donc le triangle n'est pas rectangle en E, ZEBU n'est pas un rectangle.
Ou bien montrer que les diagonales n'ont pas la même longueur.

6. **a)** Construire le point S tel que $\overrightarrow{US} = \frac{3}{2}\overrightarrow{EZ}$.

Construction de S à l'aide des coordonnées, ou par translation, ou en comptant les carreaux, ou ...

b) Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BU} + \overrightarrow{BZ}$

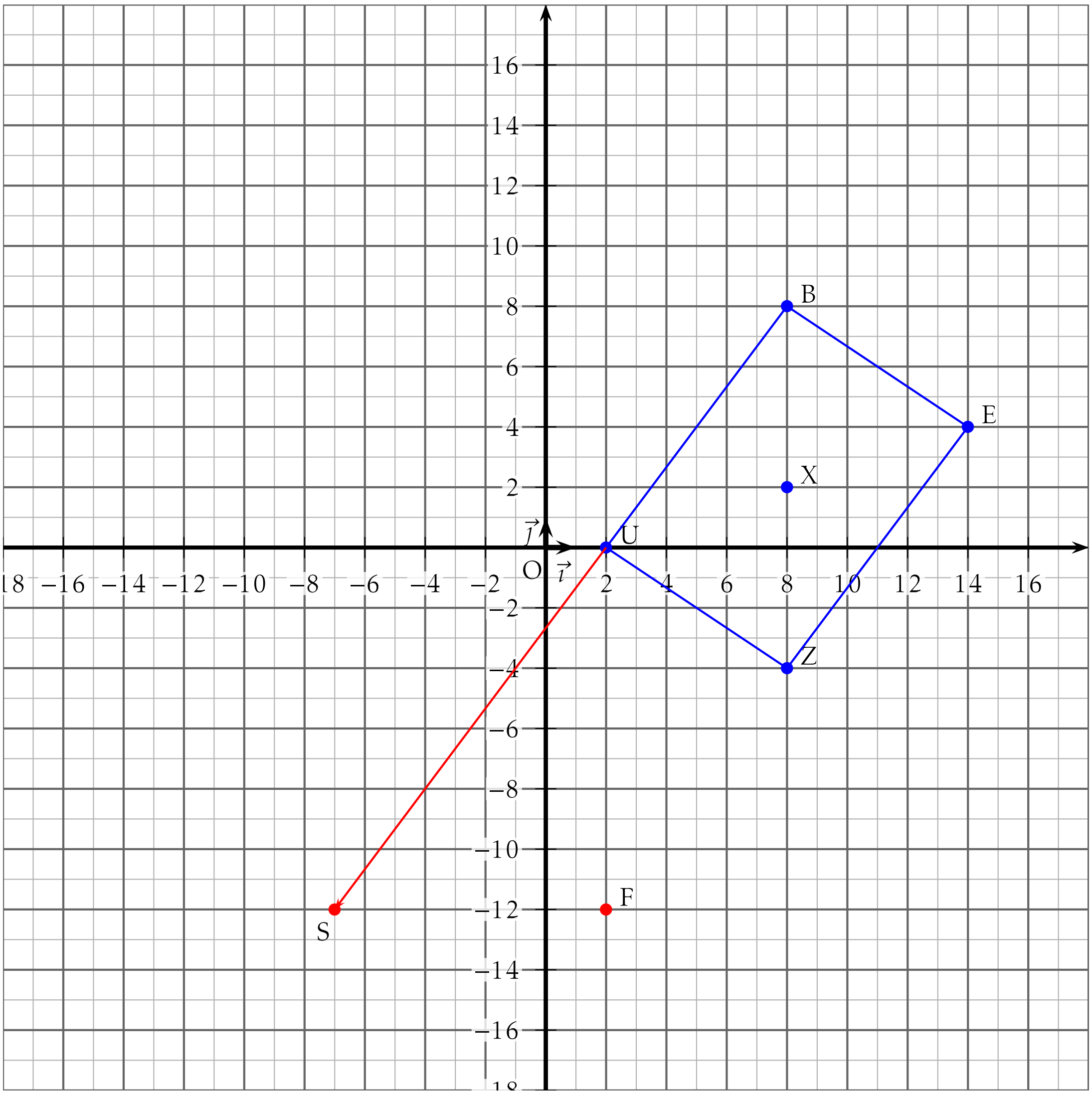
Somme de deux vecteurs de même origine, donc BUFZ est un parallélogramme.

7. Le point P a pour coordonnées (320 ; 411). Déterminer à l'aide d'un calcul, si les points Z, E et P sont alignés.

coordonnées du vecteur $\overrightarrow{ZP}$; vérifier proportionnalité des coordonnées (ou calcul du déterminant)

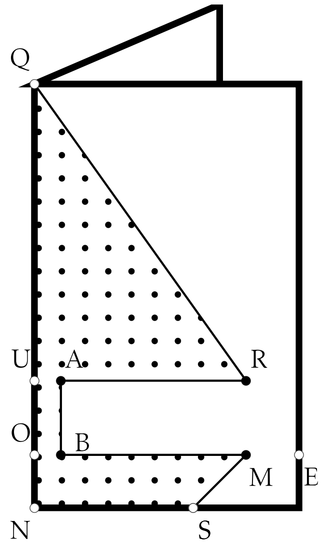
	$\overrightarrow{ZE}$	$\overrightarrow{ZP}$
abscisse	6	312
ordonnée	8	415

$$\det\left(\overrightarrow{ZE}, \overrightarrow{ZP}\right) = -6$$



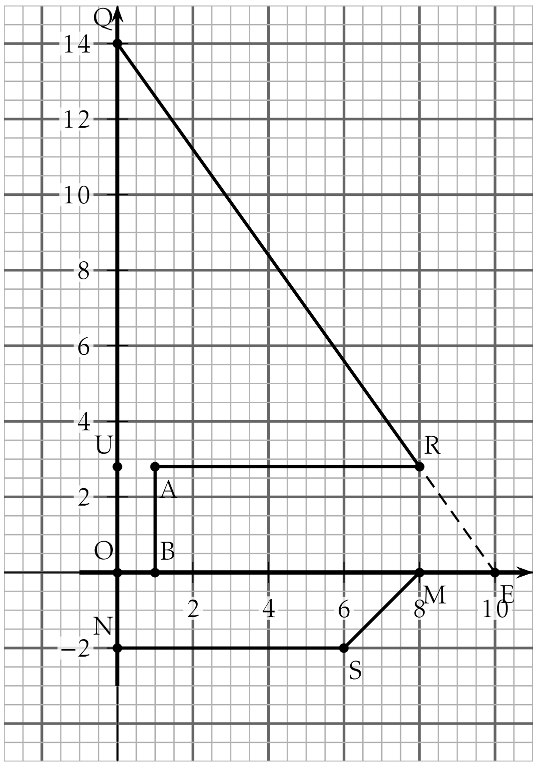
Exercice 4 — Fonctions

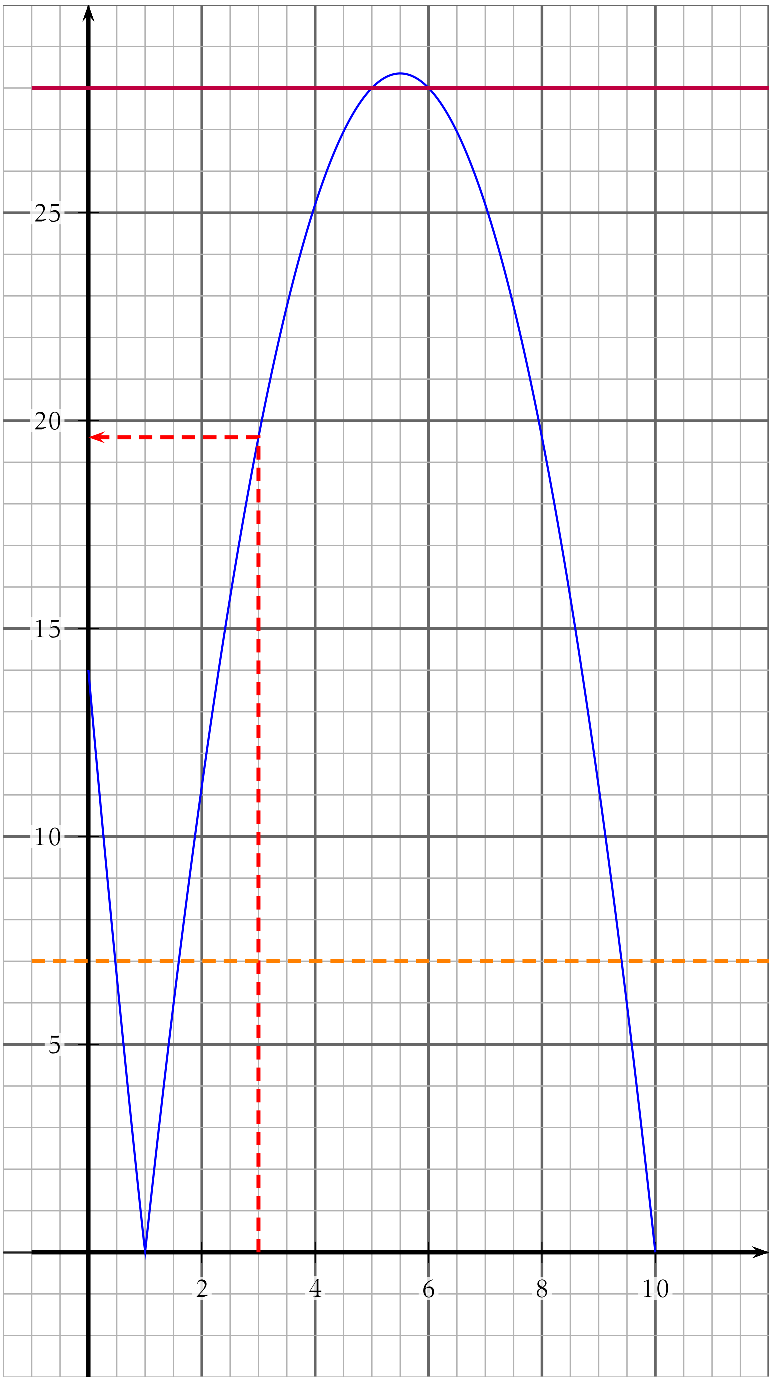
14 points



Pour fêter sa mutation à Marseille, un sympathique professeur a organisé une petite fête ! Les invités ont reçu un faire part en forme de bateau avec pour légende : « Embarquons pour de nouvelles aventures ! ».
Pour créer le bateau, il a plié en deux une feuille de papier, dessiné et découpé le motif ci-contre (la droite (QN) est le pli du papier).
Pour des raisons mystérieuses, il s'est intéressé à l'aire du rectangle ABMR.
Pour cela il a reporté son motif dans un repère d'origine O :

- il définit les points : B(1 ; 0) ; N(0 ; −2) ; E(10 ; 0) et Q(0 ; 14)
- R est le point de la droite (QE) qui a la même abscisse que le point M.
- U a pour abscisse 0 et a la même ordonnée que R.
- A a la même abscisse que B et a la même ordonnée que R.





Partie A – Lectures graphiques

Dans cette partie, on travaille sur la courbe $\mathscr{C}_f$ qui représente une fonction f sur l'intervalle $[0;10]$.

Répondre aux questions suivantes **sur l'énoncé** avec la précision permise par la lecture graphique en laissant apparents les *pointillés de lecture*.

1. Lire l'image de 3 ....

   Donner l(es) antécédent(s) de 7 ....

2. Résoudre l'inéquation $f(x) > 28$ sur $[0;10]$ ....

   $x \in]5;6[$

3. Compléter le tableau de variations de la fonction f sur $[0;10]$.

x	0	10
variations de f		

x	0	1	5,5	10
variations de f	↘	0 ↗	↘	0

Partie B – Calculs

Dans cette partie, le point M est un point du segment [BE]. La fonction $\mathscr{A}$ donne l'aire du rectangle ABMR en fonction de l'abscisse x de M avec $x \in [1;10]$.

On admet que la représentation de la fonction $\mathscr{A}$ est confondue avec celle de la fonction f sur $[1;10]$.

1. Préciser, en détaillant la méthode, quelle est l'équation réduite de la droite (QE) parmi :
   • $y = -1{,}1x + 11$ • $y = -1{,}2x + 12$ • $y = -1{,}3x + 13$ • $y = -1{,}4x + 14$

   au choix :
   - vérifier la valeur de l'ordonnée à l'origine
   - vérifier que les coordonnées des points Q et E vérifient l'équation proposée.
   - (moins astucieux) utiliser $y = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A$
   - (moins astucieux) utiliser le déterminant

2. Déterminer l'aire du rectangle ABMR lorsque l'abscisse de M est égale à 8.

   $\mathscr{A}_{ABMR} = MB \times MR = (x-1) \times (y_R)$ avec y_R calculée à l'aide de l'équation de la droite (QE) quand $x = 8$.

3. Justifier à l'aide d'un calcul que $\mathscr{A}(x) = -1{,}4\left(x^2 - 11x + 10\right)$. (Rappel : $x \in [1;10]$)

   $x \geqslant 1$, donc $MB = x - 1$
   $\mathscr{A}(x) = MB \times MR$ or $MB = x - 1$ et $MR = y_R$

4. **a)** Donner l'expression développée de $(x-6)(5-x)$.

   $(x-6)(5-x) = 5x - x^2 - 30 + 6x = -x^2 + 11x - 30$

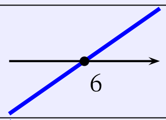
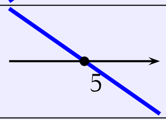
   b) En déduire que l'inéquation $\mathscr{A}(x) > 28$ est équivalente à $(x-6)(5-x) > 0$.

$$\begin{aligned} &\mathscr{A}(x) > 28 \\ \Leftrightarrow & -1{,}4\left(x^2 - 11x + 10\right) > 28 \\ \Leftrightarrow & -\left(x^2 - 11x + 10\right) > 20 \\ \Leftrightarrow & -x^2 + 11x - 10 - 20 > 0 \\ \Leftrightarrow & -x^2 + 11x - 30 > 0 \end{aligned}$$

donc $\mathscr{A}(x) > 28 \Leftrightarrow (x-6)(5-x) > 0$

5. Résoudre $(x-6)(5-x) > 0$ pour $x \in [\,1\,;10\,]$ à l'aide du tableau de signes suivant (à compléter).

x	1 10
signe de $x-6$	
signe de $5-x$	
signe du produit	

x	1		5		6		10	
signe de $x-6$		$-$		$-$	0	$+$		
signe de $5-x$		$+$	0	$-$		$-$		
signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$		

Donc $(x-6)(5-x) > 0 \Leftrightarrow x \in \,]\,5\,;6\,[$