A

Co2

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Titrage d'une solution

9 points

D'après BAC juin 2014, STL, Polynésie - Exercice 4

Le but de cet exercice est de comparer les résultats, obtenus par expérience et selon un modèle théorique, d'un titrage d'une solution d'hydroxyde de sodium (NaOH) par une solution d'acide chlorhydrique (HCl).

Partie A – Expérience et approximation affine

Lors d'une expérience, on obtient les mesures suivantes :

Numéro de la mesure	1	2	3	4	5	6
Volume en ml d'acide versé : x_i	0	10	20	40	50	60
pH : y_i	11,80	11,68	11,52	11,32	11,22	11,08

1. Représenter le nuage de points M_i $(x_i\ ;\ y_i)$ dans une feuille de tableur

2. **a)** À l'aide du tableur, donner une équation de la droite d'ajustement de y en x (on arrondira les coefficients à 10^{-4} près).

Appeler pour validation

$y = -0{,}0117x + 11{,}7881$

b) En utilisant l'ajustement réalisé à la question précédente, déterminer le pH du mélange après versement de 35 ml d'acide chlorhydrique. remplacer x par 35 dans l'équation de la droite.

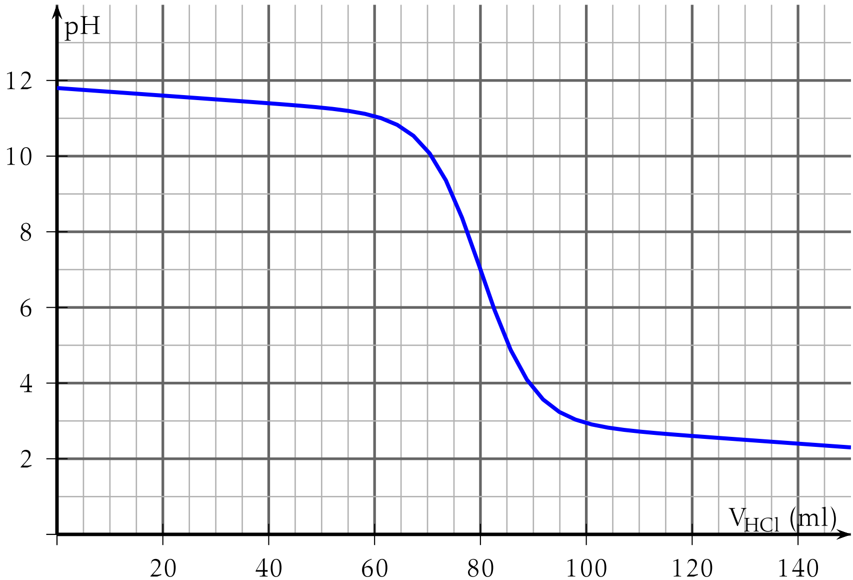
Partie B – Modèle théorique

Pour un volume x (en ml) d'acide chlorhydrique ajouté, compris entre 0 et 150, le pH de la solution est égal à $f(x)$ où f est la fonction définie sur $[0;150]$ par :

$$f(x) = 3{,}8 - 0{,}01x + \frac{8}{1 + \mathrm{e}^{0{,}2x-16}}$$

La fonction f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0;150]$.

Le graphique donne la représentation de la fonction f.



1. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, montrer que pour tout x de l'intervalle $[0;150]$: $f'(x) = \frac{-8}{5} \times \frac{\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2} - \frac{1}{100}$
   où f' est la fonction dérivée de f.

   Appeler pour validation

2. En déduire (en détaillant le raisonnement) le sens de variation de la fonction f sur $[0;150]$

- quelque soit le réel a : $e^a > 0$; donc quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $e^{\frac{1}{5}x-16} > 0$;
- $\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2$ est toujours positif ;
- donc pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\dfrac{e^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2} > 0$;
- l'expression de $f'(x)$ est de la forme : $\underbrace{\dfrac{-8}{5}}_{\text{négatif}} \times \underbrace{\dfrac{e^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2}}_{\text{positif}} + \underbrace{\left(-\dfrac{1}{100}\right)}_{\text{négatif}}$

  donc $f'(x) < 0$.
- La dérivée étant négative, la fonction f est décroissante.

Partie C – Comparaison

Le modèle théorique étant validé, l'ajustement affine réalisé dans la partie A pour x appartenant à $[0;60]$ semble-t-il pertinent sur $[0;150]$? Argumenter la réponse.

non : la courbe de f ne peut pas être approximée par une droite.

Exercice 2 — Escherichia coli

5 points

d'après BAC STL, septembre 2016, La Réunion - Exercice 1

Une cuisson non juste de la viande de bœuf peut provoquer une intoxication alimentaire. Les bactéries en cause sont des souches d'*Escherichia coli*. Pour mieux prévoir les aptitudes de survie et de développement de cette bactérie dans les aliments, on étudie en fonction du temps la croissance de ces souches placées dans un milieu de culture.

On appelle C_i la concentration en bactéries en millions par mL. Voici les résultats obtenus :

Temps t_i en minutes	0	30	60	90	120	150
Concentration C_i en millions par mL	13	16	36	108	270	785

On pose $y_i = \ln(C_i)$; l'utilisation d'un tableur, permet de trouver de trouver l'équation de la droite d'ajustement de cette série : $y = 0{,}029t + 2{,}163$

1. En déduire, selon ce modèle d'ajustement, la concentration en bactéries présentes dans le milieu de culture au bout de 4 heures. Donner le résultat arrondi au million de bactéries par mL.

   convertir 4 heures en minutes, puis calculer y.
   $y = \ln(C) \Leftrightarrow C = e^y$
2. Utiliser l'expression de la droite d'ajustement afin de déterminer l'expression de C en fonction de t

$$\begin{aligned} & y = 0{,}029t + 2{,}163 \\ \Leftrightarrow & \ln(C) = 0{,}029t + 2{,}163 \\ \Leftrightarrow & C = e^{0{,}029t+2{,}163} \end{aligned}$$

   donc $C(t) = e^{0{,}029t+2{,}163}$
3. Utiliser cette expression afin de déterminer au bout de combien de temps cette concentration dépassera le milliard de bactéries par mL. Donner le résultat en heures et minutes, arrondi à la minute.

   La concentration est données en millions de bactéries, or un milliard c'est mille millions, donc on cherche t tel que $C(t) > 10^3$.

$$\begin{aligned} & C(t) > 10^3 \\ \Leftrightarrow & e^{0{,}029t+2{,}163} > 10^3 \\ \Leftrightarrow & 0{,}029t + 2{,}163 > \ln(10^3) \\ \Leftrightarrow & t > \frac{3\ln(10) - 2{,}163}{0{,}029} \\ \Leftrightarrow & t > 163 \end{aligned}$$

   or $163\text{mn} = 120\text{mn} + 43\text{mn} = 2\text{h et } 43\text{mn}$.

Exercice 3 — Ténébrion meunier

6 points

d'après BTS, juin 2016

Le Ténébrion meunier (Tenebrio molitor) est un insecte de l'ordre des coléoptères, de la famille des ténébrionidés. Il est capable de vivre dans des denrées stockées très sèches, notamment dans la farine, d'où son nom de meunier. (source : Wikipédia).

De par la facilité de son élevage, cet insecte est très utilisé dans les laboratoires de recherches pour des études physiologiques sur son développement et sur son endocrinologie : sa nymphe est très sensible à l'hormone juvénile par exemple. Le ver est également un très bon appât notamment pour la pêche de la truite en étang.

Arnufle, un apprenti boulanger, décide d'élever des vers de farine pour son club de pêche.

Il commence son élevage 7 mois avant l'ouverture de la saison de pêche. Dans un large bac adapté qu'il entrepose à 27°C, il dispose de la farine et 500 vers, il laisse se faire les choses.

Il suit l'évolution du nombre de vers et obtient les résultats suivants :

Nombre de quinzaines : t_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de vers : N_i	500	749	1 122	1 681	2 518	3 772	5 650	8 464	12 678

Arnufle est doué en mathématiques : il modélise la croissance de la population de vers à l'aide du modèle : $y = \ln\left(\dfrac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right)$

1. Dans une feuille de tableur, recopier et compléter le tableau avec les valeurs de y arrondies au centième.
2. En déduire une équation de la droite d'ajustement de y en t (arrondir les coefficients au centième).

$\boxed{\text{Appeler pour validation}}$

$y = -0{,}46t + 4{,}25$

3. À l'aide de ce modèle, déterminer le nombre de vers qu'il peut espérer avoir pour l'ouverture de la saison de pêche.

7 correspond à 2×7 quinzaines.
en remplaçant t par 2×7 dans l'équation, on trouve la valeur de y ; puis

$$\begin{aligned} & y = \ln\left(\frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right) \\ \Leftrightarrow & -0,46t + 4,25 = \ln\left(\frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right) \\ \Leftrightarrow & \,\mathrm{e}^{-0,46t+4,25} = \frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1 \\ \Leftrightarrow & \mathrm{N} = \frac{33\,000}{\mathrm{e}^{-0,46t+4,25} + 1} \end{aligned}$$

B

C02

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Titrage d'une solution

9 points

D'après BAC juin 2014, STL, Polynésie - Exercice 4

Le but de cet exercice est de comparer les résultats, obtenus par expérience et selon un modèle théorique, d'un titrage d'une solution d'hydroxyde de sodium (NaOH) par une solution d'acide chlorhydrique (HCl).

Partie A – Expérience et approximation affine

Lors d'une expérience, on obtient les mesures suivantes :

Numéro de la mesure	1	2	3	4	5	6
Volume en ml d'acide versé : x_i	0	10	20	40	50	60
pH : y_i	11,80	11,68	11,52	11,32	11,22	11,08

1. Représenter le nuage de points M_i (x_i ; y_i) dans une feuille de tableur
2. a) À l'aide du tableur, donner une équation de la droite d'ajustement de y en x (on arrondira les coefficients à 10^{-4} près).

   Appeler pour validation

   $y = -0{,}0117x + 11{,}7881$

   b) En utilisant l'ajustement réalisé à la question précédente, déterminer le pH du mélange après versement de 45 ml d'acide chlorhydrique. remplacer x par 45 dans l'équation de la droite.

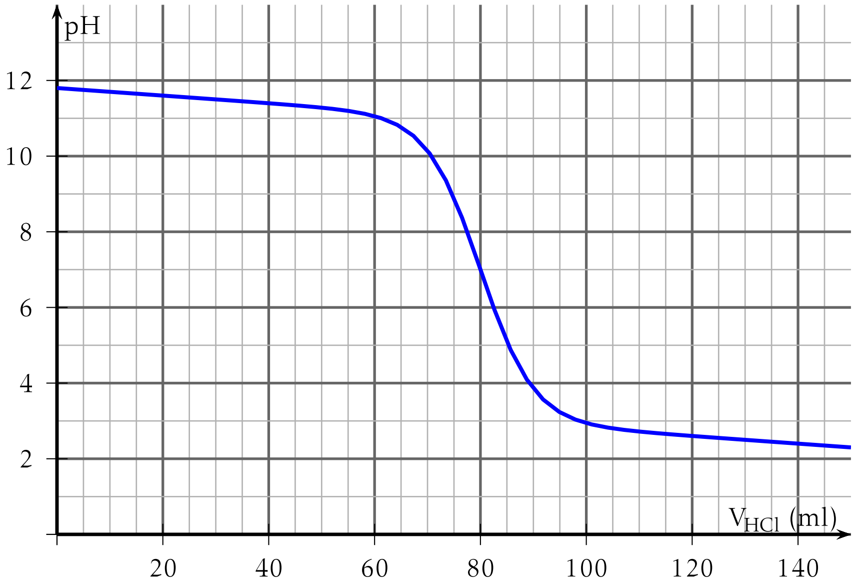
Partie B – Modèle théorique

Pour un volume x (en ml) d'acide chlorhydrique ajouté, compris entre 0 et 150, le pH de la solution est égal à $f(x)$ où f est la fonction définie sur $[0;150]$ par :

$$f(x) = 3{,}8 - 0{,}01x + \frac{8}{1 + e^{0{,}2x-16}}$$

La fonction f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0;150]$.

Le graphique donne la représentation de la fonction f.



1. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, montrer que pour tout x de l'intervalle $[0;150]$: $f'(x) = \dfrac{-8}{5} \times \dfrac{e^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2} - \dfrac{1}{100}$
   où f' est la fonction dérivée de f.

   Appeler pour validation

2. En déduire (en détaillant le raisonnement) le sens de variation de la fonction f sur $[0;150]$

- quelque soit le réel a : $e^a > 0$; donc quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $e^{\frac{1}{5}x-16} > 0$;
- $\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2$ est toujours positif ;
- donc pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\dfrac{e^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2} > 0$;
- l'expression de $f'(x)$ est de la forme : $\underbrace{\dfrac{-8}{5}}_{\text{négatif}} \times \underbrace{\dfrac{e^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2}}_{\text{positif}} + \underbrace{\left(-\dfrac{1}{100}\right)}_{\text{négatif}}$

  donc $f'(x) < 0$.
- La dérivée étant négative, la fonction f est décroissante.

Partie C – Comparaison

Le modèle théorique étant validé, l'ajustement affine réalisé dans la partie A pour x appartenant à $[0;60]$ semble-t-il pertinent sur $[0;150]$? Argumenter la réponse.

non : la courbe de f ne peut pas être approximée par une droite.

Exercice 2 — Escherichia coli

5 points

d'après BAC STL, septembre 2016, La Réunion - Exercice 1

Une cuisson non juste de la viande de bœuf peut provoquer une intoxication alimentaire. Les bactéries en cause sont des souches d'*Escherichia coli*. Pour mieux prévoir les aptitudes de survie et de développement de cette bactérie dans les aliments, on étudie en fonction du temps la croissance de ces souches placées dans un milieu de culture.

On appelle C_i la concentration en bactéries en millions par mL. Voici les résultats obtenus :

Temps t_i en minutes	0	30	60	90	120	150
Concentration C_i en millions par mL	13	16	36	108	270	785

On pose $y_i = \ln(C_i)$; l'utilisation d'un tableur, permet de trouver de trouver l'équation de la droite d'ajustement de cette série : $y = 0{,}029t + 2{,}163$

1. En déduire, selon ce modèle d'ajustement, la concentration en bactéries présentes dans le milieu de culture au bout de 5 heures. Donner le résultat arrondi au million de bactéries par mL.

   convertir 5 heures en minutes, puis calculer y.
   $y = \ln(C) \Leftrightarrow C = e^y$

2. Utiliser l'expression de la droite d'ajustement afin de déterminer l'expression de C en fonction de t

$$\begin{aligned} & y = 0{,}029t + 2{,}163 \\ \Leftrightarrow & \ln(C) = 0{,}029t + 2{,}163 \\ \Leftrightarrow & C = e^{0{,}029t+2{,}163} \end{aligned}$$

   donc $C(t) = e^{0{,}029t+2{,}163}$

3. Utiliser cette expression afin de déterminer au bout de combien de temps cette concentration dépassera le milliard de bactéries par mL. Donner le résultat en heures et minutes, arrondi à la minute.

   La concentration est données en millions de bactéries, or un milliard c'est mille millions, donc on cherche t tel que $C(t) > 10^3$.

$$\begin{aligned} & C(t) > 10^3 \\ \Leftrightarrow & e^{0{,}029t+2{,}163} > 10^3 \\ \Leftrightarrow & 0{,}029t + 2{,}163 > \ln(10^3) \\ \Leftrightarrow & t > \frac{3\ln(10) - 2{,}163}{0{,}029} \\ \Leftrightarrow & t > 163 \end{aligned}$$

   or $163\text{mn} = 120\text{mn} + 43\text{mn} = 2\text{h}$ et 43mn.

Exercice 3 — Ténébrion meunier

6 points

d'après BTS, juin 2016

Le Ténébrion meunier (Tenebrio molitor) est un insecte de l'ordre des coléoptères, de la famille des ténébrionidés. Il est capable de vivre dans des denrées stockées très sèches, notamment dans la farine, d'où son nom de meunier. (source : Wikipédia).

De par la facilité de son élevage, cet insecte est très utilisé dans les laboratoires de recherches pour des études physiologiques sur son développement et sur son endocrinologie : sa nymphe est très sensible à l'hormone juvénile par exemple. Le ver est également un très bon appât notamment pour la pêche de la truite en étang.

Arnufle, un apprenti boulanger, décide d'élever des vers de farine pour son club de pêche.

Il commence son élevage 8 mois avant l'ouverture de la saison de pêche. Dans un large bac adapté qu'il entrepose à 27°C, il dispose de la farine et 500 vers, il laisse se faire les choses.

Il suit l'évolution du nombre de vers et obtient les résultats suivants :

Nombre de quinzaines : t_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de vers : N_i	500	749	1 122	1 681	2 518	3 772	5 650	8 464	12 678

Arnufle est doué en mathématiques : il modélise la croissance de la population de vers à l'aide du modèle : $y = \ln\left(\dfrac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right)$

1. Dans une feuille de tableur, recopier et compléter le tableau avec les valeurs de y arrondies au centième.
2. En déduire une équation de la droite d'ajustement de y en t (arrondir les coefficients au centième).

Appeler pour validation

$y = -0{,}46t + 4{,}25$

3. À l'aide de ce modèle, déterminer le nombre de vers qu'il peut espérer avoir pour l'ouverture de la saison de pêche.

8 correspond à 2×8 quinzaines.
en remplaçant t par 2×8 dans l'équation, on trouve la valeur de y ; puis

$$\begin{aligned}
& y = \ln\left(\frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right) \\
\Leftrightarrow & -0{,}46t + 4{,}25 = \ln\left(\frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right) \\
\Leftrightarrow & \, \mathrm{e}^{-0{,}46t+4{,}25} = \frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1 \\
\Leftrightarrow & \mathrm{N} = \frac{33\,000}{\mathrm{e}^{-0{,}46t+4{,}25}+1}
\end{aligned}$$

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Titrage d'une solution

9 points

D'après BAC juin 2014, STL, Polynésie - Exercice 4

Le but de cet exercice est de comparer les résultats, obtenus par expérience et selon un modèle théorique, d'un titrage d'une solution d'hydroxyde de sodium (NaOH) par une solution d'acide chlorhydrique (HCl).

Partie A – Expérience et approximation affine

Lors d'une expérience, on obtient les mesures suivantes :

Numéro de la mesure	1	2	3	4	5	6
Volume en ml d'acide versé : x_i	0	10	20	40	50	60
pH : y_i	11,80	11,68	11,52	11,32	11,22	11,08

1. Représenter le nuage de points M_i $(x_i\ ;\ y_i)$ dans une feuille de tableur
2. a) À l'aide du tableur, donner une équation de la droite d'ajustement de y en x (on arrondira les coefficients à 10^{-4} près).

   Appeler pour validation

   $y = -0{,}0117x + 11{,}7881$

   b) En utilisant l'ajustement réalisé à la question précédente, déterminer le pH du mélange après versement de 30 ml d'acide chlorhydrique. remplacer x par 30 dans l'équation de la droite.

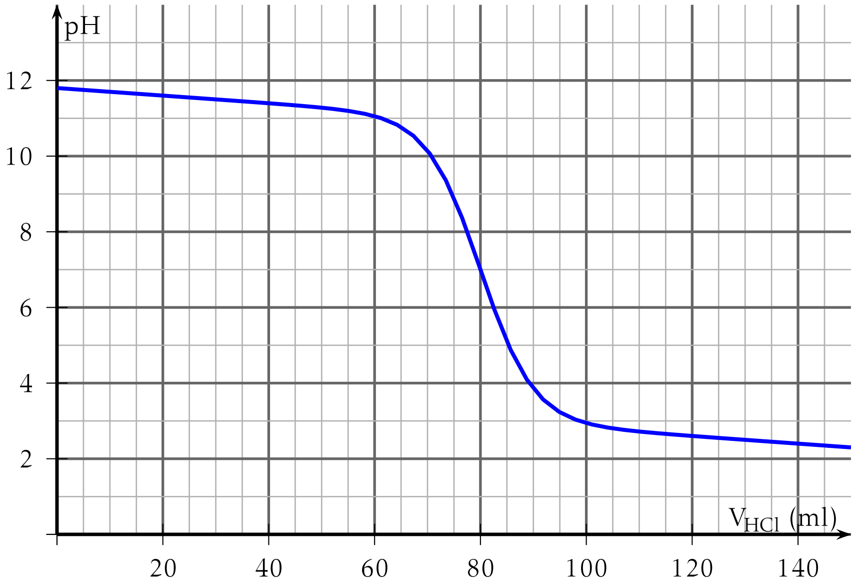
Partie B – Modèle théorique

Pour un volume x (en ml) d'acide chlorhydrique ajouté, compris entre 0 et 150, le pH de la solution est égal à $f(x)$ où f est la fonction définie sur $[0;150]$ par :

$$f(x) = 3{,}8 - 0{,}01x + \frac{8}{1 + e^{0{,}2x-16}}$$

La fonction f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0;150]$.

Le graphique donne la représentation de la fonction f.



1. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, montrer que pour tout x de l'intervalle $[0;150]$: $f'(x) = \dfrac{-8}{5} \times \dfrac{e^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2} - \dfrac{1}{100}$
où f' est la fonction dérivée de f.

Appeler pour validation

2. En déduire (en détaillant le raisonnement) le sens de variation de la fonction f sur $[0;150]$

- quelque soit le réel a : $\mathrm{e}^a > 0$; donc quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x-16} > 0$;
- $\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2$ est toujours positif ;
- donc pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2} > 0$;
- l'expression de $f'(x)$ est de la forme : $\underbrace{\dfrac{-8}{5}}_{\text{négatif}} \times \underbrace{\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2}}_{\text{positif}} + \underbrace{\left(-\dfrac{1}{100}\right)}_{\text{négatif}}$

  donc $f'(x) < 0$.
- La dérivée étant négative, la fonction f est décroissante.

Partie C – Comparaison

Le modèle théorique étant validé, l'ajustement affine réalisé dans la partie A pour x appartenant à $[0;60]$ semble-t-il pertinent sur $[0;150]$? Argumenter la réponse.

non : la courbe de f ne peut pas être approximée par une droite.

Exercice 2 — Escherichia coli

5 points

d'après BAC STL, septembre 2016, La Réunion - Exercice 1

Une cuisson non juste de la viande de bœuf peut provoquer une intoxication alimentaire. Les bactéries en cause sont des souches d'*Escherichia coli*. Pour mieux prévoir les aptitudes de survie et de développement de cette bactérie dans les aliments, on étudie en fonction du temps la croissance de ces souches placées dans un milieu de culture.

On appelle C_i la concentration en bactéries en millions par mL. Voici les résultats obtenus :

Temps t_i en minutes	0	30	60	90	120	150
Concentration C_i en millions par mL	13	16	36	108	270	785

On pose $y_i = \ln(C_i)$; l'utilisation d'un tableur, permet de trouver de trouver l'équation de la droite d'ajustement de cette série : $y = 0{,}029t + 2{,}163$

1. En déduire, selon ce modèle d'ajustement, la concentration en bactéries présentes dans le milieu de culture au bout de 4 heures. Donner le résultat arrondi au million de bactéries par mL.

   convertir 4 heures en minutes, puis calculer y.
   $y = \ln(C) \Leftrightarrow C = e^y$

2. Utiliser l'expression de la droite d'ajustement afin de déterminer l'expression de C en fonction de t

$$\begin{aligned} & y = 0{,}029t + 2{,}163 \\ \Leftrightarrow & \ln(C) = 0{,}029t + 2{,}163 \\ \Leftrightarrow & C = e^{0{,}029t+2{,}163} \end{aligned}$$

   donc $C(t) = e^{0{,}029t+2{,}163}$

3. Utiliser cette expression afin de déterminer au bout de combien de temps cette concentration dépassera le milliard de bactéries par mL. Donner le résultat en heures et minutes, arrondi à la minute.

   La concentration est données en millions de bactéries, or un milliard c'est mille millions, donc on cherche t tel que $C(t) > 10^3$.

$$\begin{aligned} & C(t) > 10^3 \\ \Leftrightarrow & e^{0{,}029t+2{,}163} > 10^3 \\ \Leftrightarrow & 0{,}029t + 2{,}163 > \ln(10^3) \\ \Leftrightarrow & t > \frac{3\ln(10) - 2{,}163}{0{,}029} \\ \Leftrightarrow & t > 163 \end{aligned}$$

   or $163\text{mn} = 120\text{mn} + 43\text{mn} = 2\text{h}$ et 43mn.

Exercice 3 — Ténébrion meunier

6 points

d'après BTS, juin 2016

Le Ténébrion meunier (Tenebrio molitor) est un insecte de l'ordre des coléoptères, de la famille des ténébrionidés. Il est capable de vivre dans des denrées stockées très sèches, notamment dans la farine, d'où son nom de meunier. (source : Wikipédia).

De par la facilité de son élevage, cet insecte est très utilisé dans les laboratoires de recherches pour des études physiologiques sur son développement et sur son endocrinologie : sa nymphe est très sensible à l'hormone juvénile par exemple. Le ver est également un très bon appât notamment pour la pêche de la truite en étang.

Arnufle, un apprenti boulanger, décide d'élever des vers de farine pour son club de pêche.

Il commence son élevage 7 mois avant l'ouverture de la saison de pêche. Dans un large bac adapté qu'il entrepose à 27°C, il dispose de la farine et 500 vers, il laisse se faire les choses.

Il suit l'évolution du nombre de vers et obtient les résultats suivants :

Nombre de quinzaines : t_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de vers : N_i	500	749	1 122	1 681	2 518	3 772	5 650	8 464	12 678

Arnufle est doué en mathématiques : il modélise la croissance de la population de vers à l'aide du modèle : $y = \ln\left(\dfrac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right)$

1. Dans une feuille de tableur, recopier et compléter le tableau avec les valeurs de y arrondies au centième.
2. En déduire une équation de la droite d'ajustement de y en t (arrondir les coefficients au centième).

Appeler pour validation

$y = -0{,}46t + 4{,}25$

3. À l'aide de ce modèle, déterminer le nombre de vers qu'il peut espérer avoir pour l'ouverture de la saison de pêche.

7 correspond à 2×7 quinzaines.
en remplaçant t par 2×7 dans l'équation, on trouve la valeur de y ; puis

$$\begin{aligned} y &= \ln\left(\frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right) \\ \Leftrightarrow -0{,}46t + 4{,}25 &= \ln\left(\frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right) \\ \Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}46t+4{,}25} &= \frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1 \\ \Leftrightarrow \mathrm{N} &= \frac{33\,000}{\mathrm{e}^{-0{,}46t+4{,}25}+1} \end{aligned}$$

D

C02

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Titrage d'une solution

9 points

D'après BAC juin 2014, STL, Polynésie - Exercice 4

Le but de cet exercice est de comparer les résultats, obtenus par expérience et selon un modèle théorique, d'un titrage d'une solution d'hydroxyde de sodium (NaOH) par une solution d'acide chlorhydrique (HCl).

Partie A – Expérience et approximation affine

Lors d'une expérience, on obtient les mesures suivantes :

Numéro de la mesure	1	2	3	4	5	6
Volume en ml d'acide versé : x_i	0	10	20	40	50	60
pH : y_i	11,80	11,68	11,52	11,32	11,22	11,08

1. Représenter le nuage de points M_i $(x_i\ ;\ y_i)$ dans une feuille de tableur

2. **a)** À l'aide du tableur, donner une équation de la droite d'ajustement de y en x (on arrondira les coefficients à 10^{-4} près).

Appeler pour validation

$y = -0{,}0117x + 11{,}7881$

b) En utilisant l'ajustement réalisé à la question précédente, déterminer le pH du mélange après versement de 55 ml d'acide chlorhydrique. remplacer x par 55 dans l'équation de la droite.

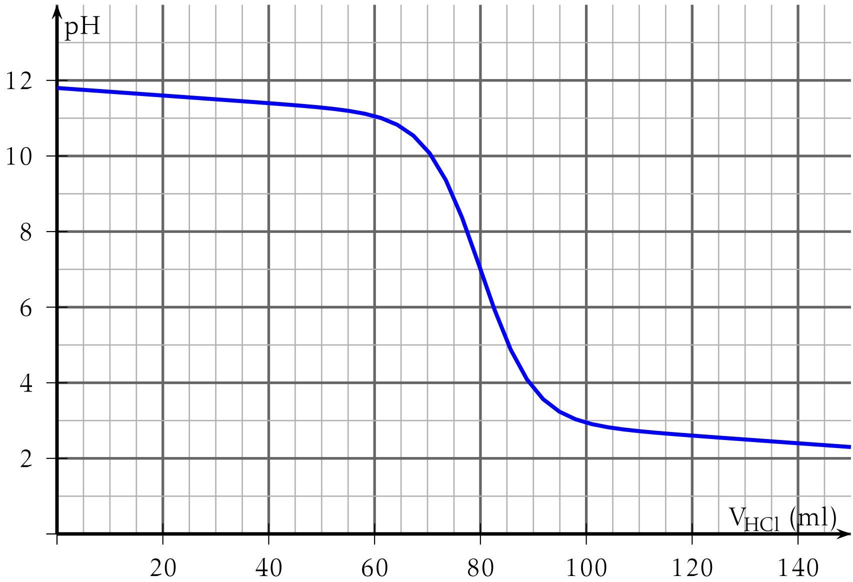
Partie B – Modèle théorique

Pour un volume x (en ml) d'acide chlorhydrique ajouté, compris entre 0 et 150, le pH de la solution est égal à $f(x)$ où f est la fonction définie sur $[0;150]$ par :

$$f(x) = 3{,}8 - 0{,}01x + \frac{8}{1 + e^{0{,}2x-16}}$$

La fonction f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0;150]$.

Le graphique donne la représentation de la fonction f.



1. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, montrer que pour tout x de l'intervalle $[0;150]$: $f'(x) = \frac{-8}{5} \times \frac{e^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2} - \frac{1}{100}$
où f' est la fonction dérivée de f.

Appeler pour validation

2. En déduire (en détaillant le raisonnement) le sens de variation de la fonction f sur $[0;150]$

- quelque soit le réel a : $e^a > 0$; donc quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $e^{\frac{1}{5}x-16} > 0$;
- $\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2$ est toujours positif ;
- donc pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\dfrac{e^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2} > 0$;
- l'expression de $f'(x)$ est de la forme : $\underbrace{\dfrac{-8}{5}}_{\text{négatif}} \times \underbrace{\dfrac{e^{\frac{1}{5}x-16}}{\left(e^{\frac{1}{5}x-16}+1\right)^2}}_{\text{positif}} + \underbrace{\left(-\dfrac{1}{100}\right)}_{\text{négatif}}$

  donc $f'(x) < 0$.
- La dérivée étant négative, la fonction f est décroissante.

Partie C – Comparaison

Le modèle théorique étant validé, l'ajustement affine réalisé dans la partie A pour x appartenant à $[0;60]$ semble-t-il pertinent sur $[0;150]$? Argumenter la réponse.

non : la courbe de f ne peut pas être approximée par une droite.

Exercice 2 — Escherichia coli

5 points

d'après BAC STL, septembre 2016, La Réunion - Exercice 1

Une cuisson non juste de la viande de bœuf peut provoquer une intoxication alimentaire. Les bactéries en cause sont des souches d'*Escherichia coli*. Pour mieux prévoir les aptitudes de survie et de développement de cette bactérie dans les aliments, on étudie en fonction du temps la croissance de ces souches placées dans un milieu de culture.

On appelle C_i la concentration en bactéries en millions par mL. Voici les résultats obtenus :

Temps t_i en minutes	0	30	60	90	120	150
Concentration C_i en millions par mL	13	16	36	108	270	785

On pose $y_i = \ln(C_i)$; l'utilisation d'un tableur, permet de trouver de trouver l'équation de la droite d'ajustement de cette série : $y = 0{,}029t + 2{,}163$

1. En déduire, selon ce modèle d'ajustement, la concentration en bactéries présentes dans le milieu de culture au bout de 5 heures. Donner le résultat arrondi au million de bactéries par mL.

   convertir 5 heures en minutes, puis calculer y.
   $y = \ln(C) \Leftrightarrow C = e^y$
2. Utiliser l'expression de la droite d'ajustement afin de déterminer l'expression de C en fonction de t

   $$\begin{aligned} & y = 0{,}029t + 2{,}163 \\ \Leftrightarrow & \ln(C) = 0{,}029t + 2{,}163 \\ \Leftrightarrow & C = e^{0{,}029t+2{,}163} \end{aligned}$$

   donc $C(t) = e^{0{,}029t+2{,}163}$
3. Utiliser cette expression afin de déterminer au bout de combien de temps cette concentration dépassera le milliard de bactéries par mL. Donner le résultat en heures et minutes, arrondi à la minute.

   La concentration est données en millions de bactéries, or un milliard c'est mille millions, donc on cherche t tel que $C(t) > 10^3$.

   $$\begin{aligned} & C(t) > 10^3 \\ \Leftrightarrow & e^{0{,}029t+2{,}163} > 10^3 \\ \Leftrightarrow & 0{,}029t + 2{,}163 > \ln(10^3) \\ \Leftrightarrow & t > \frac{3\ln(10) - 2{,}163}{0{,}029} \\ \Leftrightarrow & t > 163 \end{aligned}$$

   or $163\text{mn} = 120\text{mn} + 43\text{mn} = 2\text{h}$ et 43mn.

Exercice 3 — Ténébrion meunier

6 points

d'après BTS, juin 2016

Le Ténébrion meunier (Tenebrio molitor) est un insecte de l'ordre des coléoptères, de la famille des ténébrionidés. Il est capable de vivre dans des denrées stockées très sèches, notamment dans la farine, d'où son nom de meunier. (source : Wikipédia).

De par la facilité de son élevage, cet insecte est très utilisé dans les laboratoires de recherches pour des études physiologiques sur son développement et sur son endocrinologie : sa nymphe est très sensible à l'hormone juvénile par exemple. Le ver est également un très bon appât notamment pour la pêche de la truite en étang.

Arnufle, un apprenti boulanger, décide d'élever des vers de farine pour son club de pêche.

Il commence son élevage 8 mois avant l'ouverture de la saison de pêche. Dans un large bac adapté qu'il entrepose à 27°C, il dispose de la farine et 500 vers, il laisse se faire les choses.

Il suit l'évolution du nombre de vers et obtient les résultats suivants :

Nombre de quinzaines : t_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de vers : N_i	500	749	1 122	1 681	2 518	3 772	5 650	8 464	12 678

Arnufle est doué en mathématiques : il modélise la croissance de la population de vers à l'aide du modèle : $y = \ln\left(\dfrac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right)$

1. Dans une feuille de tableur, recopier et compléter le tableau avec les valeurs de y arrondies au centième.
2. En déduire une équation de la droite d'ajustement de y en t (arrondir les coefficients au centième).

$\boxed{\text{Appeler pour validation}}$

$y = -0{,}46t + 4{,}25$

3. À l'aide de ce modèle, déterminer le nombre de vers qu'il peut espérer avoir pour l'ouverture de la saison de pêche.

8 correspond à 2×8 quinzaines.
en remplaçant t par 2×8 dans l'équation, on trouve la valeur de y ; puis

$$\begin{aligned}
& y = \ln\left(\frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right) \\
\Leftrightarrow & -0,46t + 4,25 = \ln\left(\frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1\right) \\
\Leftrightarrow & \, \mathrm{e}^{-0,46t+4,25} = \frac{33\,000}{\mathrm{N}} - 1 \\
\Leftrightarrow & \mathrm{N} = \frac{33\,000}{\mathrm{e}^{-0,46t+4,25} + 1}
\end{aligned}$$