LE QCM : UN OUTIL POUR LA FORMATION ET L'ÉVALUATION

par Monique ERNOULT
et Claude TALAMONI
professeurs de lycée

◆ INTRODUCTION

Nul ne peut ignorer qu'à travers le monde anglo-saxon, mais aussi belge et français dorénavant, les QCM, ont fait leur entrée depuis plus ou moins longtemps dans le cadre de l'évaluation et du recrutement par concours. Le sigle désigne bien sûr, en clair, les Questionnaires à Choix Multiples qui consistent, à partir de la présentation d'une problématique, à proposer plusieurs réponses dont la valeur de vérité est à déterminer. Et ceci dans des domaines aussi variés que le recrutement de postiers, d'agents administratifs de toutes sortes, de postulants aux études de médecine et d'ingénieurs, et cela dans des domaines tout autres que les mathématiques. On y retrouve cependant, en filigrane, la marque de la connaissance acquise et de la logique discriminatoire pour l'action humaine future.

Il paraît donc évident que, dans le domaine de la formation et de l'évaluation en mathématiques, l'évolution naturelle conduit à la reconnaissance de ce type d'exercice. La question est posée aux professeurs de mathématiques de l'adhésion raisonnée à cette démarche et surtout, de sa valorisation dans leurs évaluations de tous genres, et cela, dès l'entrée de leurs élèves à l'école, dès les premières années, et non uniquement en fin de cycle terminal. En effet, présenter aux élèves un type d'exercice auquel ils ne sont pas préparés dans les années antérieures participerait à la déstabilisation de beaucoup et contrarierait la logique de continuité de l'enseignement et de la formation à laquelle nous sommes si attachés.

Cependant, un objectif prioritaire que nous devons nous fixer, en matière de QCM comme ailleurs, est la production pour nos élèves d'un document de qualité. La qualité d'un QCM est proportionnelle au degré de différentiation atteint au niveau des résultats obtenus lors de son passage. La qualité d'une question particulière d'un QCM est donnée par la corrélation entre le nombre d'étudiants produisant la réponse correcte et le nombre de ceux qui ont le meilleur résultat global. En d'autres mots plus abrupts, si, à cette question, tous répondent correctement ou si aucun ne le fait, la question est mal posée.

Il ne s'agit pas dans cet article d'imposer le QCM comme modèle dominant et exclusif mais de le situer comme un élément parmi d'autres de la formation/évaluation.

Il s'agit de tenter de théoriser modestement la pratique d'enseignants sur le terrain pour qu'elle puisse devenir efficace, transférable à d'autres et ainsi participer à un approfondissement à la fois théorique et pratique. Ce que l'on pourrait appeler en didactique : la recherche/action

Pour cela, tentons d'abord de rendre compte de l'expérience de terrain.

Quels sont, pêle-mêle, les arguments en positif ou négatif recueillis auprès de nos collègues et, plus à la marge, auprès de nos élèves ?

- Le QCM valorise la rapidité de réaction.
- Le QCM favorise la mémorisation de réponses fausses, (c'est difficile à accepter pour un enseignant, qui des années durant, a surveillé étroitement ses propos et sait que, dans un certain nombre de nos systèmes éducatifs, ce que l'on écrit, nous, autorité assermentée, a valeur de vérité).
- Le QCM permet de bien couvrir un champ déterminé.
- La brièveté des réponses rend la correction plus objective (impossible de faire rentrer des critères subjectifs, liés à la défiance par rapport à certains « mauvais élèves », à une rédaction incompréhensible qui occulte le message de l'élève).
- Le QCM laisse trop de place aux réponses données au hasard, rendant difficile une évaluation sérieuse (on sait que nos élèves sont pour beaucoup des adeptes des jeux vidéos, où l'on risque sans risquer, le coût global de l'opération étant fort mince, la possibilité de recommencer étant toujours donnée).
- Le QCM permet une évaluation de plusieurs niveaux d'activité mentale : mémoire, compréhension, mise en pratique…
- Le QCM facilite la fraude (soyons réalistes sur les conditions de surveillance)
- Le QCM bien conçu permet d'accéder au raisonnement de l'élève, mal conçu laisse trop de place au hasard dans la réponse aux questions
- Le QCM permet une prise d'informations très rapide sur le niveau des savoir-faire.

- Le QCM impose à l'élève de parler de ce qu'il sait et lui supprime des échappatoires (plus de diversion ou de paraphrase du texte)
- Le QCM favorise les confrontations, les débats entre élèves dans le cadre du cours.
- Le QCM rend difficile à l'écrit le dialogue entre l'élève et le professeur.
- Le QCM se polarise sur des points de détail en laissant de côté l'essentiel.
- Le libellé des questions influence de façon déterminante le résultat et bloque ainsi le champ des possibles..
- Le QCM permet une régulation des apprentissages

Pour clarifier le débat, il est d'abord indispensable de classifier l'objet dont on parle.

◆ QUELS SONT LES TYPES DE QCM DISPONIBLES ACTUELLEMENT ?

Le QCM (questionnaire à choix multiples) est, comme nous le disions, une suite de questions formées chacune :
- d'un texte contenant les données : le tronc ;
- d'un certain nombre d'affirmations pouvant être vraies ou fausses. Les affirmations fausses sont appelées « distracteurs ».

Une nouvelle présentation des QCM est actuellement proposée dans la banque d'exercices donnée en exemple pour la préparation du baccalauréat : le QCM avec justification.

A. Le QCM : vrai-faux-omission : l'absence de réponse est prévue ou est clairement signifiée à l'élève dans l'introduction.

À chacune des trois affirmations suivantes, répondre par « VRAI » ou par « FAUX ». Aucune justification n'est demandée.

Le barème est le suivant : Réponse exacte : 1 point. Réponse fausse : – 0,5 point. Absence de réponse : 0 point. La note attribuée à l'exercice ne peut être négative.

Données	Affirmations	Réponses
① f est la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par $f(x) = \dfrac{1}{1+e^x}$, C est la courbe représentative de f dans un repère plan.	La tangente à C au point d'abscisse 0 est parallèle à la droite d'équation $y = -\dfrac{1}{4}x$	

Données	Affirmations	Réponses
② G est le barycentre des points pondérés {(A; − 1), (B; 1), (C; 4)}	L'application du plan dans lui-même qui à tout point M′ tel que $\overrightarrow{MM'} = -\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}$, est une homothétie de rapport − 3.	
③ $f(x) = x \sin 3x$	Les solutions de l'équation $f(x) = \frac{1}{2}x$ sont: $0, \frac{\pi}{18} + 2k\frac{\pi}{3}$ ou $\frac{5\pi}{18} + 2k'\frac{\pi}{3}$	

BAC S, Asie, 2004

B. Le QRU: questionnaire à réponse unique. L'élève est averti que la question ne comporte qu'une seule solution correcte et qu'il ne doit fournir qu'une seule réponse.

La durée de vie, exprimée en heures, d'un robot jusqu'à ce que survienne la première panne est modélisée par une loi de probabilité p de durée de vie sans vieillissement définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ (loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}000\ 5$). Ainsi la probabilité que le robot tombe en panne avant l'instant t est: $p([0; t[) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\,dx$

1. La probabilité qu'un robot ait une durée de vie supérieure à 2 500 heures est:

a. $e^{-\frac{2500}{2000}}$ b. $e^{\frac{5}{4}}$ c. $1 - e^{-\frac{2500}{2000}}$ d. $e^{-\frac{2000}{2500}}$

BAS S, La Réunion, 2004 (extrait)

C. le QRM: questionnaire à réponse multiple. L'élève est informé que plusieurs solutions peuvent être correctes et qu'il peut donner plusieurs réponses c'est-à-dire choisir plusieurs solutions comme étant correctes.

M, M′ et S ont pour affixes respectives les nombres complexes z, z' et $z + z'$:

1. Si $|z| = |z'|$ alors

☐ $z = z'$ ou $z = -z'$ ☐ $|z + z'| = 2|z|$

☐ OMSM′ est un losange ou un point ☐ $\left|\frac{z}{z'}\right| = 1$

2. Si $z' \neq 0$ et $\frac{|z|}{|z'|} = 1$ alors

☐ $\frac{z}{z'} = 1$ ou $\frac{z}{z'} = -1$ ☐ il existe $\theta \in [0, 2\pi[$ tel que $z = e^{i\theta} z'$

☐ $z = z'$ ou $z = -z'$

3. Si $|z| = 1$ et $|z + z'| = 1$ alors

☐ $z' = 0$ ☐ $z' = z\mathrm{e}^{i\frac{2\pi}{3}}$ ☐ $z = -\dfrac{z'}{2}$

☐ $(\widehat{\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{MS}}) = (\widehat{\overrightarrow{OS}, \overrightarrow{OM'}})\ [2\pi]$

4. Si $|z - z'| = |z + z'|$ alors

☐ $z = 0$ ou $z' = 0$ ☐ $\overrightarrow{OM}$ orthogonal à $\overrightarrow{OM'}$

☐ OMSN est un rectangle éventuellement aplati.

☐ $z\bar{z}' + \bar{z}z' = 0$

D. Le QCM avec justifications. Une inflexion est proposée dans la banque mise à la disposition des enseignants français pour la préparation de leurs élèves au baccalauréat:

Dans un premier temps, on demande aux élèves de se prononcer sur la vérité de quelques affirmations. Dans un deuxième temps, on leur demande d'étayer leurs affirmations par une démonstration s'ils ont évalué comme vraie l'affirmation, de donner un contre-exemple s'ils ont invalidé l'affirmation.

Exercice n° 14 (enseignement obligatoire)
Partie I
À chaque question est affecté un certain nombre de points. Pour chaque question, une réponse exacte rapporte le nombre de points affectés; une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de points affectés.
Le candidat peut décider de ne pas répondre `a certaines de ces questions. Ces questions ne rapportent aucun point et n'en enlèvent aucun.
Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

Pour chacune des affirmations suivantes répondre sans justification par Vrai ou Faux:
(A) Toute suite bornée est convergente.
(B) Pour toutes suites (u_n) et (v_n) à valeurs strictement positives qui tendent vers $+\infty$, la suite de terme général $\dfrac{u_n}{v_n}$ converge vers 1.
(C) Toute suite croissante non majorée tend vers $+\infty$.

Partie II
Pour chacune des propositions de la première partie, justifier la réponse donnée:
– dans le cas où la proposition vous paraît fausse: en donnant un contre-exemple.
– dans le cas où la proposition vous paraît exacte: en donnant une démonstration.

Banque exercices 2005

On peut estimer qu'il s'agit là d'un faux QCM ; ce type d'exercice est cependant bien accueilli par les enseignants, nettement moins bien des élèves qui, alors qu'ils croient avoir rempli leur contrat, se trouvent au pied du mur de l'argumentation, renvoyés à l'expression française. On s'aperçoit vite qu'il évalue successivement deux qualités : l'intuition et l'argumentation.

À travers la foule des réactions parfois passionnelles suscitées par l'utilisation des QCM, il semble sage de réfléchir objectivement (le plus possible) aux objectifs assignés aux QCM :

◆ QUELS OBJECTIFS ASSIGNER AUX QCM ?

• Diagnostiquer les représentations qu'ont les élèves d'une notion, à travers différentes approches.

• Servir, s'ils sont bien construits et pourvus d'une solution commentée, à l'autoévaluation des élèves à condition qu'on fasse passer les élèves de la conception exclusive de la note chiffrée comme une sanction à celle d'une évaluation objective susceptible d'amélioration grâce au travail ciblé défini par celle-ci. C'est le rôle de l'enseignant.

• Permettre au professeur de différencier les élèves qui ont appris, compris et assimilé la ou les notions de ceux qui les ont mal apprises, mal comprises et non assimilées. (on voit là plusieurs niveaux sur lesquels on reviendra ultérieurement)

• Instaurer un débat productif dans la classe.

• Réguler de façon rapide les apprentissages à la fois pour le professeur et pour l'élève.

• Tester pour les QCM avec justification, deux niveaux, en même temps, mais disjoints dans le temps : la réaction instinctive et la justification de son intuition

Ces objectifs peuvent être atteints lors d'une évaluation classique. Quelle est la valeur ajoutée ou retirée des QCM par rapport à elle ?

◆ VALEUR AJOUTÉE ET LIMITES

On notera de nouveau en préambule à toute réflexion le temps nécessaire pour former les élèves à la résolution d'un QCM : prise de recul par rapport aux questions posées, tests, essais, observation éventuelle à la calculatrice, observation d'un graphique, rejet des réponses impossibles, mise en garde des pénalités, des réponses au hasard

En évaluation sommative (c'est-à-dire dans l'évaluation finale, qui permet d'étalonner un élève par rapport au « savoir » qui lui est demandé de maîtriser).

- La brièveté de la réponse, la simplicité et l'objectivité de la correction ;
- La possibilité de bien couvrir un champ déterminé
- La prise en compte de modes de raisonnement diversifiés (élimination par production d'un contre-exemple ou référence directe au cours, utilisation intelligente de la calculatrice, discernement dans les réponses proposées de celles qui sont de nature contradictoire et en tirer des conséquences de type logique, recherche d'une démonstration directe…)
- La valorisation de la prise d'initiative et de l'esprit critique
- L'évaluation de certaines compétences sans interférence avec des compétences d'un autre niveau comme par exemple la rédaction
- L'introduction de questions ouvertes de façon mesurée. Les élèves ne vont pas trouver directement dans leur cours la réponse à la question posée, ils ont à émettre une conjecture sur la valeur de vérité d'une proposition par des méthodes qui leur appartiennent et ne sont pas induites par l'énoncé. Un exemple simple, la proposition suivante : « si une suite tend vers $+\infty$, elle est convergente » (*banque Inspection Générale*).
- Bonne adaptation à l'évaluation de certaines compétences comme : la lecture graphique et l'interprétation de données
- Test au niveau du bon sens et des réflexes primaires
- L'indépendance permise des questions permet de partir plus facilement dans des directions diverses sans que soit nécessairement installé un lien logique entre elles. C'est un avantage important par rapport à l'exercice traditionnel. Car un champ plus large est couvert.

En évaluation formative (en cours de formation)

- La valorisation d'une réaction rapide ;
- Le repérage des difficultés, des erreurs grâce à des distracteurs convenablement choisis. Les distracteurs doivent en effet être élaborés en se « mettant dans la peau » d'un supposé élève et en essayant de présenter une « pseudo-évidence » par rapport à laquelle il aurait à exercer son esprit critique. Cela ne suppose pas que ces distracteurs aient tous le même degré d'attraction.
- L'acquisition progressive d'une certaine autonomie dans leur travail.
- La capacité de tester la véracité d'un propos. Notre enseignement a souvent pour but exclusif de présenter des résul-

tats incontestablement vrais pour nos élèves qu'ils n'osent contester, car ce n'est pas bienvenu d'exercer son esprit critique par rapport à une vérité !

D'une façon générale :

- L'expérience montre que les QCM sont mieux acceptés par les élèves que certains exercices traditionnels. Il est assez surprenant de constater, en effet, que les mêmes exercices présentés à des élèves sous forme de QCM d'une part, ou sous forme de questions traditionnelles d'autre part, incitent davantage à la réflexion s'ils sont fournis sous la forme QCM !
- La performance à réaliser (choisir la solution correcte) paraît relativement simple aux yeux des élèves : Ils se sentent aidés parce que les distracteurs qu'on leur propose leur indiquent au moins la direction dans laquelle ils doivent orienter leurs recherches. S'il s'agissait de questions ouvertes, ils devraient créer la solution de toutes pièces. L'exigence posée est également très précise : il n'existe qu'une seule manière de répondre correctement.
- Il se peut aussi que les QCM présentent un petit côté « loterie » qui excite le goût du jeu présent dans bien des esprits. Avant même toute ébauche de raisonnement, on se surprend en effet à essayer de deviner la bonne réponse. La réflexion véritable ne vient qu'ensuite, stimulée par la curiosité de vérifier la justesse de son intuition personnelle. En ce sens, on peut espérer remotiver des élèves pour les mathématiques. On constate d'ailleurs concrètement que ce type d'exercice est de nature à faire redémarrer des élèves bloqués dans leur apprentissage par la difficulté de mettre en forme, au niveau de l'écriture, un résultat alors qu'ils en ont eu l'intuition. Une bonne note sur un tel exercice leur permet de reprendre confiance en eux et de repartir.
- Au niveau des résultats, on note, résultats à l'appui une assez grande adéquation entre les résultats dans un QCM et un exercice classique. Les élèves signalés ci-dessus réussissent mieux. Les élèves moyens qui travaillent et apprennent sans distance sont souvent par contre désavantagés parce que déstabilisés pendant l'épreuve ; ils n'ont pas le goût du jeu. L'acquisition de concepts nouveaux suit en effet assez rarement un cheminement logique bien structuré.

Mais les QCM ont des limites

Les QCM sont impuissants à vérifier certains types de performances :

– rédaction :
– expression de la pensée ;
– choix d'une méthode ;
– élaboration de solutions nouvelles ;
– valorisation de l'originalité d'une solution ;
– appréciation de la conduite du raisonnement.

Dans la conception et la pratique, sont apparues des difficultés.

- L'utilisation de la calculatrice lorsqu'elle est autorisée accroît de façon évidente l'inégalité des candidats devant les questions : l'utilisation des calculatrices effectuant du calcul formel est un atout évident devant un certain type de questions. L'usage des calculatrices peut être un outil pour tester certaines solutions : l'entrée de valeurs particulières permettant d'en écarter un certain nombre. Il ne s'agit pas de bannir la calculatrice mais de concevoir des questions pour lesquelles la calculatrice peut être une aide non exclusive mais intelligente. Éliminer les valeurs numériques dans le questionnement n'élimine pas nécessairement l'usage de la calculatrice, comme le montre l'exemple suivant, en effet, utiliser la valeur $x = 1$, en mode radian permet d'éliminer certaines propositions. Cela suppose un bon niveau de réflexion de l'élève…

QRM
Soit $x \in \mathbb{R}$. On pose $z = \cos x + i \sin x$ et $z' = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + i \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.
Alors :

1. ☐ $z = z'$ ☐ $|z'| = |z|$ ☐ $zz' = 1$ ☐ $z + z'$ est réel

2. ☐ $z = e^{i\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}$ ☐ $\arg(z') = -\arg(z)$

☐ $\arg(z') = \arg(z) + \frac{\pi}{2}$ ☐ $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = 2\arg(z)$

- La difficulté de mesurer le temps consacré par les élèves à chaque exercice donc la rapidité de réponse. Ceci est sensible dans une évaluation où le QCM n'est qu'une partie de l'épreuve. Le temps passé sur le QCM est parfois abusif.
- Le fait de présenter des réponses fausses qui, validées par l'élève, peuvent induire des représentations fausses non effacées par une correction postérieure.
- La lourdeur de la conception d'un QCM.
- Certains sujets ne sont pas adaptés pour les QCM comme par exemple les exercices présentant une figure de géométrie : doit-on la faire à l'échelle et la réponse aux questions peut se solder par une simple mesure ou doit-on présenter une figure fausse qui risque d'égarer le candidat.

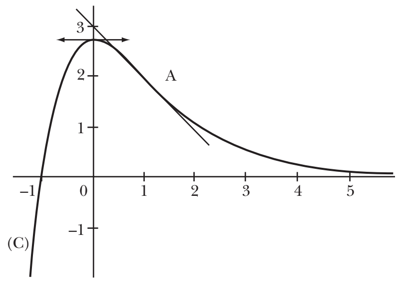
- De même les conventions sur les graphiques n'étant pas claires, les questions du type « la droite est-elle tangente en… ? » ou « la fonction est-elle continue en… » risquent de poser des problèmes.

Il faut noter une très grande diversité de réactions des professeurs face aux différents types de QCM présentés.

Voir en annexe le tableau récapitulatif obtenu après consultation.

Il est clair que les suffrages des collègues vont davantage vers le vrai-faux. Le QRM a aussi son intérêt, particulièrement au niveau de l'évaluation formative car cela permet de repérer les conceptions des élèves à travers le choix des bonnes réponses sous des formes différentes. Dans l'exemple ci-dessous on peut rapidement tester les différents registres dans lesquels il situe le nombre dérivé d'une fonction numérique en point.

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).
Pour chaque question, quatre solutions possibles sont proposées. Une ou plusieurs sont justes. Entourez-la.
Attention : toute réponse correcte apporte un point, toute réponse fausse enlève un demi point et une absence de réponse n'apporte pas de point ni n'en enlève. Le total des points sur l'exercice est positif ou nul.



Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, la courbe (C) ci-contre représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
La droite (T) est tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 1.
La droite d'équation $y = 0$ *est asymptote à La courbe (C) en* $+\infty$.

Question 1
D'après la courbe ci-dessus :
a. $f(0) = 0$.
b. L'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution sur $\mathbb{R}$.
c. L'équation $f(x) = f(1)$ admet une seule solution sur $\mathbb{R}$.
d. Pour tout réel a et pour tout réel b tels que $a < b$ on a $f(a) \leqslant f(b)$.

Question 2
D'après la courbe ci-dessus :
a. Le coefficient directeur de la droite (T) est égal à : -1.
b. $f'(1) = 2$.
c. Une équation de T est $y = x + 3$.
d. Pour tout réel $x \in [0 ; +\infty[$, $f'(x) \leqslant 0$.

Question 3
D'après la courbe ci-dessus :
a. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.
b. $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$.
c. $\lim_{x\to 4} f(x) = 0$.
d. $\lim_{x\to 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = -1$.

Question 4
D'après la courbe ci-dessus :
a. $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx < 0$.
b. $\int_{0}^{1} f(x)\,dx$ est strictement supérieur à 3.
c. $\int_{0}^{1} f(x)\,dx$ est inférieur à 3.
d. Toute primitive de f sur $[0\,;+\infty[$ est décroissante.

Le risque de déstabilisation est minoré s'il y a demande de justification après les réponses. Celle-ci répond au problème d'explicitation de l'argumentaire.

Le QCM avec justification garde l'indépendance des différentes questions mais permet de tester des questions de logique basiques mais bien sûr contextualisées. L'élève fait dans un premier temps fonctionner son intuition de façon spontanée. Puis il doit l'étayer avec un argumentaire. N'est-ce pas le début d'une vraie démarche scientifique ? Il permet de plus de pallier à l'impossibilité de créer, lors de dépouillement à la main, des barèmes qui permettent de valoriser des réponses mais cohérentes et de pénaliser des incohérences dans celles-ci en accédant davantage au raisonnement.

Un QCM placé après un résultat ou après l'énoncé de sa démonstration, peut être utilisé comme un révélateur de la compréhension de ce résultat. Donnons un exemple :

Exercice n° 13 (enseignement obligatoire)
Soit (u_n) une suite croissante non majorée.
1. Soit M un nombre réel et n_0 un entier naturel tel que $u_{n_0} \geqslant M$.
Démontrer que pour tout entier naturel n, si $n \geqslant n_0$ alors $u_n \geqslant M$.
2. Quelle conséquence peut-on en tirer pour la suite (u_n) ?
3. Énoncer le théorème du cours ainsi démontré.

Partie B
Répondre par Vrai ou Faux aux propositions suivantes :
a. Si une suite n'est pas majorée alors elle tend vers $+\infty$.
b. Si une suite est croissante alors elle tend vers $+\infty$.
c. Si une suite tend vers $+\infty$ alors elle n'est pas majorée.
d. Si une suite tend vers $+\infty$ alors elle est croissante.

Banque exercices S 2005

Nous avons tous fait l'expérience de QCM mal construits dans nos premières tentatives. La construction de QCM est une technique qui s'acquiert mais qui obéit à un certain nombre de règles.

◆ CONSTRUCTION DE QCM

Les règles fondamentales d'élaboration d'un QCM.

a) Les thèmes abordés dans les questions

Il est souhaitable que les questions :
– portent sur les aspects importants de la notion traitée ;
– traitent d'un seul sujet par question ;
– permettent de distinguer à quel degré l'élève a assimilé la notion en question.

Le plan est rapporté au repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
On considère les points A $(-1 ; 5)$, B $(1 ; 1)$, C $(4 ; -5)$, D $(2 ; 3)$, E $(3 ; 5)$.

☐ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$	☐ $\overrightarrow{AC} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$
☐ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires	☐ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires
☐ B, D et E sont alignés	☐ A, B, C sont alignés
☐ L'équation de (BD) est $y = 2x - 1$	☐ L'équation de (BE) est $y = x$

Suivant les réponses fournies on peut situer assez précisément les connaissances de l'élève sur la colinéarité et alignement de trois points. Ce type de QCM a toute sa place en évaluation formative.

b) La formulation des questions

Les questions doivent :
• Être structurées en faisant une nette séparation entre tronc et alternatives.

- Les troncs doivent comporter un maximum d'informations essentielles afin alléger les alternatives et en particulier contenir les éléments communs aux solutions proposées. Les troncs constituent une affirmation incomplète (à compléter par les alternatives correctes) ou une question directe (à laquelle les alternatives correctes fournissent la réponse).

- Être formulées dans un langage accessible aux élèves et être syntaxiquement correctes, aucune ambiguïté ne doit exister au niveau du français. Contre-exemple :
  La fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$ n'est pas dérivable en 0 : oui ☐ non ☐.
  La réponse « non » peut s'imposer à l'élève comme traduction de la non dérivabilité.

- Être concises en évitant tout ce qui est inutile.

- Être intelligentes en évitant de fournir des moyens trop techniques ou trop superficiels d'identifier la bonne réponse, par des moyens extérieurs aux mathématiques. Il faut éviter par exemple : une trop grande différence de complexité dans les solutions, dans la longueur des différentes propositions.

Soit f la fonction définie sur $]4\,;\,+\infty[$ par $f(x) = -2x + 1 - \dfrac{8}{x-4}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal du plan. La fonction $x \to F(x)$ donnée par : • $F(x) = -x^2 + x + 8(x-4)^2$ • $F(x) = -x^2 + x + 8\ln(x-4)$ • $F(x) = -x^2 + x - 8\ln(x-4)$ est une primitive de f sur $]4\,;\,+\infty[$. *ES Pondichéry 2005*

Le tronc n'en est pas un car la conclusion est renvoyée à la fin. De plus la première alternative est très différente des deux autres On a tendance à l'éliminer sans analyse mathématique.

- Ne pas prétendre tester trop de connaissances à la fois, car le message donné par la réponse ne sera pas évaluable par l'enseignant, ce qui est dommageable.

Soit $z \in \mathbb{C}$ vérifiant $\bar{z} + \lvert z \rvert = 6 + 2i$. Écrire z sous forme algébrique ☐ $\dfrac{8}{3} - 2i$ ☐ $-\dfrac{8}{3} - 2i$ ☐ $\dfrac{8}{3} + 2i$ ☐ $-\dfrac{8}{3} + 2i$

La bonne réponse $\dfrac{8}{3} - 2i$, peut s'obtenir sans calculs, en observant que la partie imaginaire de $\bar{z} + \lvert z \rvert$ est égale à celle de $\bar{z}$. Que signifie une mauvaise réponse ? Impossible de l'analyser.

- Être réfléchies dans l'alternance des réponses fausses ou justes ou dans la position de la bonne réponse. Il est indispensable de ne pas mettre la bonne réponse toujours à la même place. Il faut rester modeste car on ne connaît pas la stratégie qui va être adoptée par l'élève.

Dans $\mathbb{R}$, l'équation $e^{2x} = e$ admet pour unique solution $x = \frac{1}{2}$
☐ Vrai ☐ Faux

La réponse « vrai » peut être le résultat d'une simple vérification sans preuve de l'unicité.

c) Des priorités à respecter

- Il faut éviter les calculs longs et pénibles en plaçant la bonne réponse en dernier. Ou en premier d'ailleurs. Dans le premier cas, l'élève entreprend des calculs de vérification sans réfléchir à ce qu'il fait, dans le deuxième cas, fier de sa bonne réponse, il n'examine pas les autres. Les distracteurs ne jouent pas leur rôle.

Exemple : Soit $z \in \mathbb{C} - \{1\}$, on pose $f(z) = \frac{z+i}{z-i}$. Un seul des résultats suivants est exact. Lequel ?	
☐ $f(1+2i) = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}i$	☐ $f(1-3i) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\mathrm{i}$
☐ $f(i) = 2+3i$	☐ $f(2+i) = 2$

- Éviter les QCM trop pointus sur un même sujet ou ne mettant en jeu que des processus intellectuels élémentaires comme uniquement le mémoire.

La fonction f est définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \ln x$ si $x \geqslant 1$ et $f(x) = -\ln x$ si $0 < x < 1$		
1. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 1$	☐ vrai	☐ faux
2. f est dérivable en 1	☐ vrai	☐ faux
3. f est dérivable à droite en 1 et $f'_{\mathrm{d}}(1) = 1$	☐ vrai	☐ faux
4. f est dérivable à gauche en 1 et $f'_{\mathrm{g}}(1) = -1$	☐ vrai	☐ faux
5. La courbe représentative de f admet au point d'abscisse 1 une tangente :	☐ vrai	☐ faux

- Veiller à évaluer différents niveaux d'activités mentales : logique, compréhension profonde des principes et des concepts, confronter l'élève à différents aspects d'un thème.

Le triangle ABC a pour centre de gravité G. On considère le point I barycentre des points pondérés (A, 2), (B, 1) et (C1).

☐ I = G ☐ I est le milieu de [AG]

☐ $\overrightarrow{AI} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG}$ ☐ $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG}$

Dans l'exercice ci-dessous la simplicité des résultats et surtout la modélisation nécessaire de la situation par l'élève permet de tester la cohérence du savoir de l'élève et minimise la possibilité de réponse au hasard.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples constitué de six questions; chacune comporte trois réponses, une seule est exacte. On notera sur la copie uniquement la lettre correspondant à la réponse choisie.

Un lecteur d'une bibliothèque est passionné de romans policiers et de biographies. Cette bibliothèque lui propose 150 romans policiers et 50 biographies.

40 % des écrivains de romans policiers sont français et 70 % des écrivains de biographies sont français.

Le lecteur choisit un livre au hasard parmi les 200 ouvrages.

1. La probabilité que le lecteur choisisse un roman policier est:

a. 0,4 **b.** 0,75 **c.** $\frac{1}{150}$

2. Le lecteur ayant choisi un roman policier, la probabilité que l'auteur soit français est:

a. 0,3 **b.** 0,8 **c.** 0,4

3. La probabilité que le lecteur choisisse un roman policier français est:

a. 1,15 **b.** 0,4 **c.** 0,3

4. La probabilité que le lecteur choisisse un livre d'un écrivain français est:

a. 0,9 **b.** 0,7 **c.** 0,475

5. La probabilité que le lecteur ait choisi un roman policier sachant que l'écrivain français est:

a. $\frac{4}{150}$ **b.** $\frac{12}{19}$ **c.** 0,3

6. Le lecteur est venu 20 fois à la bibliothèque; la probabilité qu'il ait choisi au moins un roman policier est:

a. $1 - (0,25)^{20}$ **b.** $20 \times 0,75$ **c.** $0,75 \times (0,25)^{20}$

Baccalauréat S Antilles – Guyane juin 2005

◆ CONSTRUCTION D'UN BARÈME

Une partie importante du travail d'élaboration d'un QCM est la production d'un barème.

Soit le barème est imposé par l'épreuve et on doit l'avoir en tête lors de la construction des questions, soit on a la liberté de le construire et cette réflexion est indissociable des autres étapes.

La cotation correcte d'un QCM est un terrain très sensible, car la plupart de ceux qui reçoivent ce barème vont le contester s'ils s'estiment lésés par lui.

• PRINCIPES DE BASE

a) L'élève qui coche tout correctement doit avoir le maximum de points.
b) L'élève qui coche au hasard doit avoir ± 0 points.
c) Entre ces extrêmes, il doit y avoir une progression linéaire.

• LES BARÈMES CLASSIQUES

1er cas : Deux alternatives à chaque fois, dont l'une est vraie, l'autre fausse, (instruction : cocher une et une seule case : ☐ Vrai ☐ Faux).

Si la réponse à une question est correcte c'est-à-dire si la bonne case est cochée : 1 point, si la mauvaise case est cochée : − 1.

Ce type de notation ne peut être envisagée que lorsque les questions sont très nombreuses : supposons qu'il y en ait 60, les résultats commencent à être significatif, et on commence à pouvoir donner du sens à l'expression « cocher au hasard ».

En effet : si l'élève coche au hasard, il y aura statistiquement autant de bonnes réponses que de réponses fausses, d'où ± 0 points. S'il coche toutes les questions une fois et correctement, il aura 60 points. Attention, une faute unique amène 58 et non 59 !

Si nous ne retranchons rien pour la réponse fausse, celui qui répond au hasard aura statistiquement 30 réponses correctes donc ± 30 points ce qui est de la pure démagogie de la part de l'examinateur !

Les remarques précédentes permettent de mesurer l'importance du barème. Lorsque le dépouillement est manuel, il est difficile de créer un barème plus sophistiqué, mais le dépouillement informatique permet de pénaliser des réponses incohérentes mais aussi de valoriser des réponses toutes deux fausses mais cohérentes. Ceci a une répercussion sur la confection des QCM.

La construction d'un barème manuel amène logiquement à créer des questions indépendantes les unes des autres, son informatisation permet de croiser les questions et de tester par là la logique et de minimiser le hasard

L'application de ce barème sur un QCM avec peu de questions fournit à l'expérience des notes très basses. On préfère souvent : bonne réponse : 1 point, mauvaise réponse − 0,5 et omission : 0 point. C'est ce barème qui est actuellement proposé au baccalauréat français.

2er cas : Plusieurs alternatives à chaque fois, dont l'une est vraie, les autres fausses QRU. (instruction : cocher une et une seule fois).

Par exemple (30 questions à trois alternatives également cotées). La réponse à une question : correcte : 2 points, fausse : -1 point.

En effet, si l'élève coche au hasard, parmi les questions cochées une fois, il y aura statistiquement deux fois plus de mauvaises réponses que de bonnes, donc $40\ (-1)\ + 20 \times 2 = 0$ point. S'il coche toutes les questions une fois et correctement, il aura $30 \times 2 = 60$ points. Ici s'il fait une faute, il aura 57 et non 58.

Autres cas. En particulier les QRM. par exemple 4 alternatives où jusqu'à 4 réponses peuvent être justes.

Dans ce cas l'application des principes généraux conduit à des attributions de points fractionnaires. Ce qui est très difficile à mettre en place. cela explique en partie l'absence presque totale des QRM en évaluation sommative.

◆ PLACE DES QCM DANS L'ÉVALUATION

Ceux qui ne savent rien en savent toujours
autant que ceux qui n'en savent pas plus qu'eux !
Francis Blanche

Après avoir réfléchi à ce qu'est un QCM, à ses règles de constructions à ses qualités et défauts intrinsèques, cherchons qu'elle est sa place dans le processus global d'évaluation des élèves.

Il faut bien sûr préciser, comme nous l'avons fait précédemment, de quelle évaluation il s'agit. L'utilisation des QCM en formatif est fort intéressante, une pratique assez ancienne pour certains, une découverte pour d'autres. En France, ce type d'évaluation dans le domaine sommatif est apparu dans la « maquette » du baccalauréat et à sa place dans les épreuves des trois dernières années.

Que peut-on évaluer ?

En 1956, Benjamin Bloom dirigeait un groupe de psychologues en éducation. Du fruit de ces travaux émerge une classification des niveaux de pensée que Bloom et ses collègues considèrent comme importants dans le processus d'apprentissage. Bloom fait l'hypothèse que les habiletés peuvent être mesurées sur un continuum allant de simple à complexe.

Il distingue, avec ses successeurs, trois domaines :

- Le **domaine cognitif** concerne toutes les activités d'ordre essentiellement mental ou intellectuel : souligner les métaphores dans un texte, énoncer une formule chimique, formuler des hypothèses.
  Ce domaine du savoir a fait l'objet de sa célèbre taxonomie[1].
- Le **domaine psychomoteur** concerne toutes les activités d'ordre essentiellement gestuel, nécessitant un contrôle kinesthésique.
- Le **domaine socio-affectif**, enfin, concerne toutes les activités d'ordre essentiellement affectif, se traduisant par des attitudes, des valeurs.

1 C'est un terme emprunté aux sciences naturelles où il désigne la science des lois et principes de classification et, par extension, toute théorie de la classification, voire toute classification rationnelle.

Dans sa taxonomie, Bloom classe 6 niveaux d'objectifs graduant les opérations mentales des plus factuelles aux plus conceptuelles :

– La connaissance
– La compréhension
– L'application
– L'analyse
– La synthèse
– L'évaluation

On peut se poser la question : quels niveaux d'objectifs peut-on évaluer avec les différents types de QCM ?

a) Connaissance des outils de préhension de l'objet et du fait mathématiques

Mémoriser des savoirs de base, les reconnaître et en rendre compte. (Questions de cours, contrôle de connaissances)

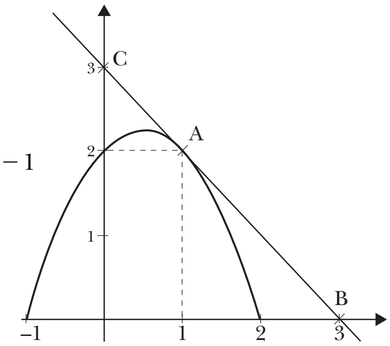
Exemple : les évènements A et B sont dits indépendants en probabilité, signifie que $p\ (A \cap B)$ est égal à :

☐ 0	☐ $p_B\ (A) \times p\ (B)$
☐ $p\ (A)\ p\ (B)$	☐ aucune des réponses

b) La compréhension

Comprendre des situations, les repérer globalement et les décrire en ses propres termes. (Questions de compréhension)

Soit f une fonction numérique définie sur $[-1\,;2]$, représentée par la courbe P ci-contre. La droite (BC) est tangente à P en A.



☐ le nombre dérivé de f en 1 est -1

☐ $f'(1) = 2$

☐ $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(1+h) - 2}{h} = -1$

☐ $f(1+h) \approx 1 - h$

☐ aucune des réponses proposées

L'élève peut répondre correctement à cette question sans être capable lui-même de trouver tous les sens du nombre dérivé.

c) Application

Appliquer les résultats et les situations apprises à des situations nouvelles (Exercices classiques)

Exemple : on pose $\mathrm{I}\ (x) = \int_0^x t \sin t \, \mathrm{d}t$

☐ $\mathrm{I}\ (x) = -\dfrac{1}{2} x^2 \cos x$	☐ $\mathrm{I}\ (x) = \sin x - x \cos x$
☐ $\mathrm{I}\ (x) = \sin x + x \cos x$	☐ aucune de ces réponses

d) S'emparer et analyser une situation donnée, dans sa structure

Situation à laquelle on n'est pas forcément capable d'apporter une réponse définitive, mais procéder au tri des informations recevables ou non.

On pose. On a $\mathrm{I} = \int_0^1 \mathrm{e}^{-t^2} \, \mathrm{d}t$

☐ $\mathrm{I} < 0$	☐ $\mathrm{I} > \dfrac{3}{\mathrm{e}}$
☐ $\mathrm{I} = \dfrac{1}{\mathrm{e}} + \int_0^1 t^2 \, \mathrm{e}^{-t^2} \, \mathrm{d}t$	☐ aucune de ces réponses

L'élève peut trouver correctement qu'aucune de ces alternatives ne convient même s'il ne peut pas calculer I.

e) Synthèse et créativité

Combiner des connaissances et savoir-faire pour faire une synthèse originale (situation de problème)

On touche là une première limite du QCM : on ne peut faire de synthèse originale par le biais d'un questionnaire élaboré par un autre !

f) Critique et évaluation

Formuler des hypothèses et interprétations personnelles (Recherche personnelle)

On touche une deuxième limite du QCM. On apporte des réponses sur lesquelles l'élève doit exercer une activité critique mais lui n'a pas cette élaboration à faire et n'a pas à tester et critiquer sa propre production.

Les QCM sont donc adaptés aux niveaux inférieurs et moyens des questionnaires de l'échelle taxonomique de Bloom et conviennent ainsi à certaines exigences de l'apprentissage des mathématiques dans l'enseignement secondaire

Ils peuvent tester efficacement les connaissances de situations, la compréhension de situation, la capacité de mettre en œuvre ces connaissances. et servir aussi d'outil de remédiation.

Ils ne peuvent en aucun cas constituer la seule forme d'évaluation, car ils sont inadaptés à tester les capacités à reproduire, décrire et formuler correctement.

Il est à noter que l'introduction des QCM en France est progressive, la banque de données élaborée sous le contrôle de L'Inspection Générale permet de préparer sans heurt élèves et professeurs à leur usage et est cohérente avec les sujets donnés notamment au baccalauréat 2005.

◆ CONCLUSION

Il est clair que nous devons faire tomber un certain nombre de nos défenses par rapport au QCM. Ce serait une erreur de l'écarter hâtivement, même si notre culture est autre.

On a tenté de montrer l'intérêt propre du QCM, sa valeur spécifique. qui ne peut qu'être partiellement retrouvée dans une évaluation classique, son rôle dans la valorisation par ce type d'exercices, d'élèves qui rencontrent de gros problèmes d'expression mais qui ont appris et assimilés des connaissances.

En France, il s'agit d'une première étape de mise en place. Le QCM peut devenir un outil plus sophistiqué d'évaluation (croisement des réponses, demande de justifications…)

Il nous parait cependant qu'il ne soit pas destiné à remplacer purement et simplement toute autre forme d'évaluation car il ne teste que de façon très relative certaines capacités cognitives.

Il reste toutefois un outil remarquable tant en évaluation formative tant au niveau du diagnostic que de la régulation des apprentissages ainsi que dans l'organisation de débats socio cognitifs entre élèves qu'en évaluation sommative pour poser un diagnostic objectif et valoriser certaines performances et des élèves peu à l'aise dans une évaluation classique.

C'est en poursuivant le débat constructif autour de sa mise en place dans la démarche de recherche-action décrite en préambule qu'on affinera cet outil, qu'on le perfectionnera et se l'appropriera.

Monique ERNOULT et Claude TALAMONI
professeurs de mathématiques

ANNEXE

Questionnaire à Réponse Unique (QRU)

Principes	Avantages	Inconvénients	Remèdes aux inconvénients
• Plusieurs choix : (4 ou 5) une seule réponse est correcte. • Deux consignes possibles : cocher si vrai ou Barrer si faux.	• Utilisation d'une stratégie d'élimination. • Bonne lisibilité par les élèves (ils sont sécurisés) • Les réponses arrivent plus rapidement.	• Difficulté d'élaboration (questions à réponse fausse) • L'élève n'examine pas toutes les réponses.	• Utiliser « Aucune réponse ne convient » ou « autre réponse » • Vrai Faux à réponse unique.

Questionnaire à réponses multiples (QRM)

• Plusieurs choix : (4 ou 5). Plusieurs réponses correctes. • Deux consignes possibles : cocher si vrai ou barrer si faux. • Les propositions sont généralement indépendantes, mais peuvent aussi être liées ou déductives.	• Permet de proposer des réponses vraies dans différents cadres ou langages. • L'élève examine toutes les réponses proposées • Permet de tester la cohérence des réponses (formation) • permet d'avoir plus facilement accès aux représentations des élèves.	• Temps imparti plus long. • Analyse des réponses difficiles. • Quel sens donner à l'absence de réponse ? • Notation plus complexe pour les réponses partielles.	• On peut indiquer le nombre de réponses justes. • Bien insister sur le statut de réponse.

Vrai-Faux (VF)

• Une assertion est proposée, elle est vraie ou fausse. • Si plusieurs assertions sont proposées successivement, la valeur de vérité de l'une ne dépend pas directement de la valeur de vérité des autres, même si elles se rapportent aux mêmes données, VFU une seule est vraie, VFM plusieurs sont vraies.	• Permet de recueillir un maximum d'informations. • On examine toutes les réponses. • Les questions ne sont pas forcément du même ordre.	• Les élèves se sentent obligés de répondre.	• Éviter les questions à contre-exemple unique ou marginal. • Ajouter une case « Je ne sais pas » ou « On ne peut pas répondre ».

* Problème de la compréhension de la consigne par l'élève.

** Difficulté d'élaboration et de construction du barème.