



Compétences

- coordonnées du barycentre de 4 points (coordonnées du milieu de deux points)
- équation d'une droite perpendiculaire à une droite donnée, passant par un point donné ;
- équation d'un cercle connaissant le centre et un point ;
- trouver les racines d'un polynôme
- identifier les coefficients d'un polynôme
- utiliser un logiciel de géométrie dynamique
- utiliser un grapheur pour trouver les valeurs approchées des racines d'un polynôme.

1. Expérimentation

A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, tracer la courbe représentative d'une parabole et son axe de symétrie.

Construire ensuite un cercle quelconque qui coupe la parabole en 4 points distincts.

Placer l'isobarycentre de ces 4 points.

Recommencer avec d'autres cercles puis avec d'autres paraboles.

Quelle conjecture pouvez émettre ?

2. Étude de cas particuliers

2.1 Parabole et cercle donnés

Vous pourrez vérifier vos calculs à l'aide du logiciel de géométrie s'il le permet.

Soit **P** la parabole d'équation $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2$ et **C** le cercle de centre **E**(-1 ; 5) et de rayon

$$5\sqrt{2}.$$

Soient **A**, **B**, **C** et **D** les points d'intersection de **C** et **P**. Trouver leurs coordonnées.

A l'aide d'un grapheur, vous pourrez faire tracer la courbe de la fonction polynôme associée à l'équation afin de lire des valeurs approchées des solutions. N'oubliez pas de vérifier les résultats...

En déduire les coordonnées de **G** isobarycentre de **A**, **B**, **C** et **D**.

Vérifier que **G** appartient à l'axe de symétrie de la parabole.

2.2 Parabole et trois points donnés

Vous pourrez vérifier vos calculs à l'aide du logiciel de géométrie s'il le permet.

Soit **P** la parabole d'équation $y = x^2$ et les points **A**(2 ; 4), **B**(-4 ; 16) et **C**(3 ; 9).

Calculer les coordonnées du centre du cercle **C** passant par les points **A** ; **B** et **C**.

En déduire les coordonnées du point **D**, quatrième point d'intersection de **P** et **C**.

Vérifier que le point **G** isobarycentre des points **A**, **B**, **C** et **D** appartient à l'axe de symétrie de la parabole.

2.3 Parabole et trois points quelconques

Vous pourrez vérifier vos calculs à l'aide du logiciel de géométrie s'il le permet.

Soit **P** la parabole d'équation $y = x^2$ et les points **A**(α ; α^2), **B**(β ; β^2) et **C**(γ ; γ^2).

Calculer les coordonnées du centre du cercle **C** passant par les points **A** ; **B** et **C** en fonction de α , β et γ .

En admettant son existence, montrer que δ (abscisse du point **D**, quatrième point d'intersection de **P** et **C**) vérifie $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 0$.

En déduire que le point **G** isobarycentre des points **A**, **B**, **C** et **D** appartient à l'axe de symétrie de la parabole.