

Objectif

Déterminer si une fonction est convexe sur un intervalle donné.

L'idée

Vérifier que des segments pris au hasard dans l'intervalle $[a, b]$ sont tous « au dessus » de la courbe de la fonction f .

L'algorithme

1	Variables :	A, B deux nombres réels et N un entier naturel
2	Sortie :	l'affichage de I.
3	Traitement :	I prend la valeur 0
4		Tant que I < N.
5		P prend la valeur A + (B - A) * Rand
6		Q prend la valeur A + (B - A) * Rand
7		Si $\frac{f(P) + f(Q)}{2} - f\left(\frac{P+Q}{2}\right) \geq 0$
8		alors I prend la valeur I + 1
9		sinon I prend la valeur N + 1
10		Fin Si
11		Fintantque
12		Afficher la valeur de I



Analyse de l'algorithme

- On désigne par a et b deux nombres réels. r est un nombre réel compris entre 0 et 1.
Expliquer pourquoi le nombre $x_r = a + r \times (b - a)$ est un nombre compris entre a et b . Dans la suite on désigne par Ran la fonction de la calculatrice qui renvoie un nombre aléatoire entre 0 et 1.
 f désigne une fonction définie sur un intervalle $[a; b]$.
 - Que représente le test du Si de la ligne 7 ?
 - Si la fonction f est convexe quel est à la sortie le nombre I ?
 - Si la fonction f n'est pas convexe quel est à la sortie le nombre I si n est suffisamment grand ?
 - Programmer cet algorithme sur la calculatrice. Nommer le programme VERIFCVX.
- On considère la fonction f définie sur $[-5; 5]$ par $f(x) = x^3 - x$.
 - Vérifier que la fonction f n'est pas convexe avec le programme VERIFCVX en prenant $N = 10$ puis $N = 50$.
 - On veut savoir si la fonction f est convexe sur l'intervalle $[-0, 5; 3]$. Utiliser le programme VERIFCVX avec $N = 10$ puis $N = 50$. Que peut-on en déduire ?
- Que faut-il modifier dans le programme pour s'intéresser aux fonctions concaves ?

Quelques commandes pour les calculatrices

	Casio	TI
Rand	Option → Prob → Ran#	Math → Prb → rand
Tant que	Prgm → Com → Whle	Prgm → CTL → While
<	Prgm → Rel → <	2nd → Math → Test
le nom de la fonction	Var → Grph → Y1(P)	Var → Y-Var

FONCTIONS CONVEXES

```
=====VERIFCUX=====
-5→A
5→B
10→N
0→I
While I<N
A+(B-A)×Ran# →P
A+(B-A)×Ran# →Q
If (Y1(P)+Y1(Q)÷2-Y1(
(P+Q)÷2)>0
Then I+1→I
Else N+1→I
IfEnde
WhileEnde
I.
```

```
PROGRAM:VERIFCUX
:-5→A
:5→B
:10→N
:0→I
:While I<N
:A+(B-A)*rand→P
:A+(B-A)*rand→Q
:If (Y1(P)+Y1(Q)
>/2-Y1((P+Q)/2)>
0
:Then
:I+1→I
:Else
:N+1→I
:End
:End
:Disp I
```