Entiers

1. Conjecture d'Erdös

Pour tout entier $n > 1$ il existe trois entiers x, y et z tels que :

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

a) En remarquant que $4 = 1 + 1 + 2$, démontrer que pour tout entier pair cette conjecture est vérifiée.

b) Écrire un algorithme permettant de tester cette conjecture.

c) Tester l'algorithme, en déduire une démonstration de la conjecture pour les multiples de 3 puis pour les multiples de 5.

2. Conjecture de Sierpinski

Pour tout entier $n > 1$ il existe trois entiers x, y et z tels que :

$$\frac{5}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

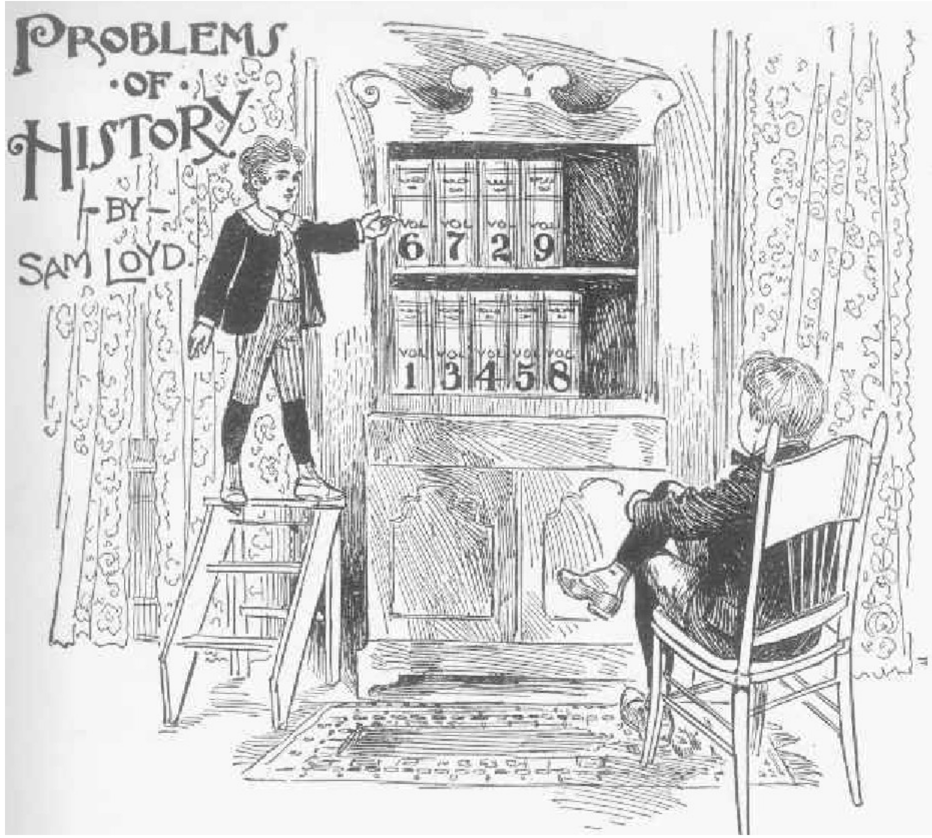
À faire : adapter l'algorithme précédent.

3. Un problème de Sam Loyd

`http://www.mathpuzzle.com/loyd/` (page 99)

« J'ai découvert, par exemple, qu'en plaçant les volumes sur deux étagères comme le montre le dessin, la fraction $\frac{6729}{13458}$ est exactement égale à $\frac{1}{2}$. Est-il possible, en utilisant les neuf volumes de trouver d'autres combinaisons qui forment des fractions égales à $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{9}$?

Entiers



a) Démontrer que le numérateur est toujours un nombre de 4 chiffres.

b) On décide de placer 4 livres au hasard sur l'étagère du haut et les cinq autres au hasard sur l'étagère du bas.
Écrire un algorithme qui forme une fraction dont le numérateur est composé de 4 chiffres distincts pris au hasard et le dénominateur des 5 autres chiffres écrits au hasard.
Tester plusieurs fois cet algorithme afin d'obtenir une probabilité d'obtenir une fraction de l'unité…

c) Donner une solution pour chacune des fractions de l'unité.