

# Stage : "Les compétences au lycée..."

## Exercice sur les suites (ISTMG)



Manuel ISTMG - Collection Sigma - Ed. Foucher / p.74 n° 35

**Rappel :** En 1<sup>ère</sup> STMG on définit les suites arithmétiques par récurrence uniquement. À l'aide du cours, les élèves connaissent donc uniquement la relation :  $u_{n+1} = u_n + r$ .

### L'exercice du livre :

On souhaite amortir (ou rembourser) un matériel acheté 100 000 E avec cinq annuités qui soient les termes consécutifs  $a_0; a_1; a_2; a_3; a_4$  d'une suite arithmétique de premier terme  $a_0 = 25000$ .

Déterminer  $a_1; a_2; a_3; a_4$

**remarque :** La notion de *termes consécutifs* n'a pas gênée les élèves : les termes étant explicités.

### Une proposition de grille d'évaluation

		points	nr	0	1	2	3
*		29					
*	T1.DM02 : p 74 n° 35	10					
MOD.T	modéliser problème	4	0	2	7	18	2
	déf. Suite arithmétique	1	0	0	1	6	22
CAL.I	résolution d'équation	2	10	0	0	0	19
	solution	1	0	2	0	0	27
COM.C	expliquer la recherche	2	0	7	2	1	19

**MOD.T** Modéliser : Traduire en langage mathématique une situation réelle.

**CAL.I** Calculer : Exercer l'intelligence du calcul : organiser les différentes étapes, simplifier...

**COM.C** Calculer : Contrôler les calculs (ordres de grandeurs, encadrement, signe...)



# Stage : "Les compétences au lycée..."

## Quelques copies d'élèves

~~100 000 = A~~  
 ~~$A_0 = 95\,000$~~  *15 100.000 est*  
*la somme totale.*

~~$100\,000 = 25\,000$~~   
 ~~$A_0 = 25\,000$~~   
 ~~$A_1 = 25\,000 + 25\,000 = 50\,000$~~   
 ~~$A_2 = 50\,000 + 25\,000 = 75\,000$~~   
 ~~$A_3 = 75\,000 + 25\,000 = 100\,000$~~   
 ~~$A_4 = 100\,000$~~

~~$(100\,000 - 25\,000) = 75\,000$~~  *Lequel  
ce calcul?*

~~$A_0 = 25\,000$~~   
 ~~$A_1 = 25\,000 + 15\,000 = 40\,000$~~   
 ~~$A_2 = 40\,000 + 15\,000 = 55\,000$~~   
 ~~$A_3 = 55\,000 + 15\,000 = 70\,000$~~   
 ~~$A_4 = 70\,000 + 15\,000 = 85\,000$~~

$A_0 = 25\,000$   
 $A_1 = 25\,000 + 18\,750 = 43\,750$   
 $A_2 = 43\,750 + 18\,750 = 62\,500$   
 $A_3 = 62\,500 + 18\,750 = 81\,250$   
 $A_4 = 81\,250 + 18\,750 = 100\,000$

*colorent leur une suite A.*



# Stage : "Les compétences au lycée..."

Comme  $a_0 = 25000$  et  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 100000$   
c'est donc une suite arithmétique

$$25000 + 25000 + x + 25000 + (x + 25000) + (x + 25000) + (x + 25000) = 100000$$

G.A. : à expliquer.

$$125000 + 10x = 100000$$

$$\frac{10x}{10} = \frac{-25000}{10}$$

$$x = -2500 \quad \text{TR}$$

On obtient donc

$$a_1 = 22500 \quad (25000 - 2500)$$

$$a_2 = 20000 \quad (25000 - 5000)$$

$$a_3 = 17500 \quad (25000 - 7500)$$

$$a_4 = 15000 \quad (25000 - 10000)$$

à éviter

$$25000 \in 22500 \in 20000 \in 17500 \in 15000$$

$a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4$



## Stage : "Les compétences au lycée..."

On sait que 100 000 € est la somme des 5 annuités.

On sait aussi que 1 annuité  $a_0 = 25 000$

Donc pour savoir le résultat des 4 autres annuités,

$$\text{On fait : } 100\,000 - 25\,000 = 75\,000$$

Pour trouver les 4 autres annuités qui ~~égal~~ <sup>ont</sup> 75 000, j'essaie de trouver la raison  $r = ?$

En essayant avec  $r = -2500$ , j'ai trouvé :  
ou non les autres aussi?

$$a_0 = 25\,000$$

$$a_1 = 25\,000 - 2\,500 = 22\,500$$

$$a_2 = 22\,500 - 2\,500 = 20\,000$$

$$a_3 = 20\,000 - 2\,500 = 17\,500$$

$$a_4 = 17\,500 - 2\,500 = 15\,000$$

Pour savoir si c'est la bonne raison j'additionne les termes  $a_1, a_2, a_3, a_4$  :

$$22\,500 + 20\,000 + 17\,500 + 15\,000 = 75\,000$$

la raison  $r = -2500$  est la bonne raison car on retrouve le total des 4 annuités.

On retrouve aussi le total des 5 annuités :

$$\underbrace{75\,000}_{a_1, a_2, a_3, a_4} + \underbrace{25\,000}_{a_0} = 100\,000$$



# Stage : "Les compétences au lycée..."

Prix du matériel acheté que l'on veut rembourser = 100 000 €. On sait que  $A_0 = 25000$ .

$100\ 000 - 25\ 000 = 75\ 000$ . Comme la somme des cinq annuités doit être égale à 100 000,  $A_0 > A_1, A_2, A_3, A_4$  alors la raison sera négative. Pourquoi?

On a  $A_0 = 25000$ , on cherche 4 dernières termes donc  $100\ 000 - 25\ 000 = 75\ 000$ . Mais comme la raison doit être négative, on note  $-r$ . Pourquoi? A expliquer

Si  $A$  est une suite arithmétique de premier terme  $A_0 = 25000$  est de total 100 000 :

$$A_1 = 25000 - 2500 = 22500$$

$$A_2 = 22500 - 2500 = 20000$$

$$A_3 = 20000 - 2500 = 17500$$

$$A_4 = 17500 - 2500 = 15000$$

La somme des cinq annuités doit être égale à 100 000 €

$$25\ 000 + 22\ 500 + 20\ 000 + 17\ 500 + 15\ 000 = 100\ 000\ €$$

Oui.





# Stage : "Les compétences au lycée..."

## Les mêmes avec l'évaluation

$100\ 000 = A_0$   
 $A_0 = 95\ 000$   $\leftarrow$   $100\ 000$  est la somme totale.

~~$100\ 000 = 95\ 000$   
 $A_0 = 25\ 000$   
 $A_1 = 95\ 000 + 25\ 000 = 120\ 000$   
 $A_2 = 120\ 000 + 25\ 000 = 145\ 000$   
 $A_3 = 145\ 000 + 25\ 000 = 170\ 000$   
 $A_4 = 170\ 000 + 25\ 000 = 195\ 000$~~

$(100\ 000 - 25\ 000) = 75\ 000$   $\left|$   $\leftarrow$   $\left. \begin{array}{l} \text{laquelle} \\ \text{co calcul?} \end{array} \right\}$

~~$A_0 = 25\ 000$   
 $A_1 = 95\ 000 + 18\ 750 = 113\ 750$   
 $A_2 = 113\ 750 + 18\ 750 = 132\ 500$   
 $A_3 = 132\ 500 + 18\ 750 = 151\ 250$   
 $A_4 = 151\ 250 + 18\ 750 = 170\ 000$~~

$A_0 = 25\ 000$   
 $A_1 = 25\ 000 + 18\ 750 = 43\ 750$   
 $A_2 = 43\ 750 + 18\ 750 = 62\ 500$   
 $A_3 = 62\ 500 + 18\ 750 = 81\ 250$   
 $A_4 = 81\ 250 + 18\ 750 = 100\ 000$

colorant leur suite A.

	JE.Ma
	1
<b>n° 35</b>	<b>1</b>
modéliser problème	0
déf. Suite arithmétique	
résolution d'équation	
solution	0
expliquer la recherche	0



# Stage : "Les compétences au lycée..."

Exercice  $a_0 = 25000$  et  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 100000$   
 c'est donc une suite arithmétique  
 $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$   
 $25000 + 25000 + x + 25000 + (x + 25000) + (x + 25000) + (x + 25000) = 100000$   
 ou, à expliquer.  
 $225000 + 10x = 100000$  ✓  
 $10x = -25000$   
 $\frac{10}{10} \quad \frac{-25000}{10}$   
 $x = -2500$  IB-  
 On obtient donc  
 $a_1 = 22500$  ( $25000 - 2500$ )  
 $a_2 = 20000$  ( $25000 - 5000$ )  
 $a_3 = 17500$  ( $25000 - 7500$ )  
 $a_4 = 15000$  ( $25000 - 10000$ ) ✓  
 $25000 \in 22500 \in 20000 \in 17500 \in 15000$   
 $a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4$

	Di. lib
	9
° 35	8,667
modéliser problème	
déf. Suite arithmétique	
résolution d'équation	
solution	
expliquer la recherche	



# Stage : "Les compétences au lycée..."

On sait que 100 000 € est la somme des 5 annuités.

On sait aussi que 1 annuité  $a_0 = 25 000$

Donc pour savoir le résultat des 4 autres annuités

On fait :  $100 000 - 25 000 = 75 000$

Pour trouver les 4 autres annuités qui égalent

75 000, j'essaie de trouver la raison  $r = ?$

On essayant avec  $r = -2 500$ , j'ai trouvé :

ou non les autres aussi ?

$$a_0 = 25 000$$

$$a_1 = 25 000 - 2 500 = 22 500$$

$$a_2 = 22 500 - 2 500 = 20 000$$

$$a_3 = 20 000 - 2 500 = 17 500$$

$$a_4 = 17 500 - 2 500 = 15 000$$

Pour savoir si c'est la bonne raison j'additionne les

termes  $a_1, a_2, a_3, a_4$  :

$$22 500 + 20 000 + 17 500 + 15 000 = 75 000$$

la raison  $r = -2 500$  est la bonne raison car on retrouve le total des 4 annuités.

On retrouve aussi le total des 5 annuités :

$$75 000 + 25 000 = 100 000$$

$$a_1, a_2, a_3, a_4 \quad a_0$$

	DE:So
	4
<b>* 35</b>	<b>3,667</b>
modéliser problème	
déf. Suite arithmétique	
résolution d'équation	
solution	
expliquer la recherche	





# Stage : "Les compétences au lycée..."

Prix du matériel acheté que l'on veut rembourser = 100 000 €. On sait que  $A_0 = 25000$ .

$100\ 000 - 25\ 000 = 75\ 000$ . Comme la somme des cinq annuités doit être égale à 100 000,  $A_0 > A_1, A_2, A_3, A_4$ . alors la raison sera négative.

On a  $A_0 = 25000$ , on cherche 4 derniers termes dans  $100\ 000 \rightarrow 4 = 25000$ . mais comme la raison doit être négative, on note  $-r$ .

Si  $A$  est une suite arithmétique de premier terme  $A_0 = 25000$  est de total 100 000 :

$$A_1 = 25000 - 2500 = 22500$$

$$A_2 = 22500 - 2500 = 20000$$

$$A_3 = 20000 - 2500 = 17500$$

$$A_4 = 17500 - 2500 = 15000$$

La somme des cinq annuités doit être égale à 100 000 donc

$$25\ 000 + 22\ 500 + 20\ 000 + 17\ 500 + 15\ 000 = 100\ 000 \text{ €}$$

Oui.

	SA.Da
	6
<b>n° 35</b>	<b>6</b>
modéliser problème	
déf. Suite arithmétique	
résolution d'équation	
solution	
expliquer la recherche	