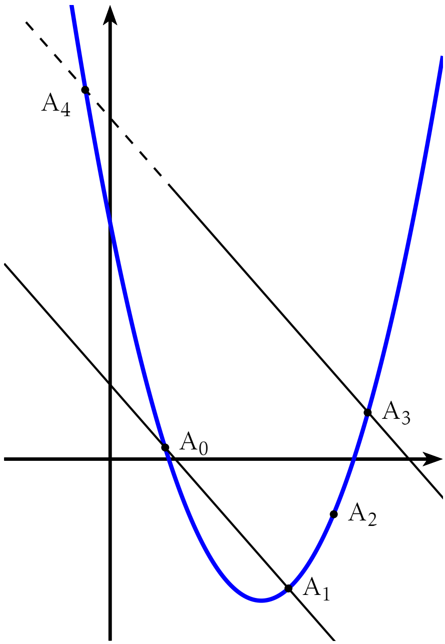
Croustillant
sur lit de calcul formel

SIDÉRANT !



Les points A_0, A_1, A_2, et A_3 sont sur la parabole.
pour $n \geqslant 4$, A_n est le point de la parabole tel que $(A_{n-1}A_n)//(A_{n-4}A_{n-3})$

à faire

- Construire la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
- Déterminer la position de A_{2015}.

SIDÉRANT !

On se place dans un repère tel que la parabole ait pour équation $f(x) = x^2$.

Idée On cherche les coordonnées $(x_4\,;y_4)$ du point A_4 tel que :

- la droite (A_3A_4) est parallèle à la droite (A_0A_1), c'est à dire : le coefficient directeur de (A_3A_4) est les même que celui de (A_0A_1).
- le point A_4 appartient à la parabole, donc $y_4 = x_4^2$

la pente de (A_0A_1) est $\dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \dfrac{x_1^2 - x_0^2}{x_1 - x_0} = x_1 + x_0$

de même la pente de (A_3A_4) est $x_4 + x_3$

il faut donc $x_4 = x_0 + x_1 - x_3$

en réitérant le processus : $x_5 = x_1 + x_2 - x_4$
donc $x_5 = x_1 + x_2 - (x_0 + x_1 - x_3) = -x_0 + x_2 + x_3$

$x_6 = x_2 + x_3 - x_5$
donc $x_6 = x_2 + x_3 - (-x_0 + x_2 + x_3) = x_0$

donc $A_6 = A_0$!
pour $n = 6k + r$, $A_n = A_r$ comme $2015 \equiv 5[6]$, on a $A_{2015} = A_5$

avec Xcas

```
A0:=point(a,a^2):;A1:=point(b,b^2):;A2:=point(c,c^2):;A3:=point(d,d^2):;
x4:=solve(slope(line(A0,A1))=slope(line(A3,point(x,x^2))),x)
A4:=point(x4[0],x4[0]^2):;
x5:=solve(slope(line(A1,A2))=slope(line(A4,point(x,x^2))),x)
A5:=point(x5[0],x5[0]^2):;
x6:=solve(slope(line(A2,A3))=slope(line(A5,point(x,x^2))),x)
equation(line(A0,A1))
irem(2015,6)

```

Commande

droite, equation, irem, pente, point, solve