

FONCTION CONVEXE

En collaboration avec Daniel DRAY

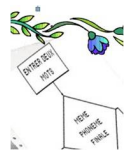
Objectif

Déterminer si une fonction est convexe sur un intervalle donné.

L'algorithme

1	Variables :	A, B deux nombres réels et N un entier naturel
2	Sortie :	l'affichage de I.
3	Traitement :	I prend la valeur 0
4		Tant que I < N.
5		P prend la valeur $A + (B - A) * \text{Rand}$
6		Q prend la valeur $A + (B - A) * \text{Rand}$
7		Si $\frac{f(P) + f(Q)}{2} - f\left(\frac{P + Q}{2}\right) \geq 0$
8		alors I prend la valeur I + 1
9		sinon I prend la valeur N + 1
10		Fin Si
11		Fintantque
12		Afficher la valeur de I

FUNCTION CONVEXE



Analyse de l'algorithme

- On désigne par a et b deux nombres réels. r est un nombre réel compris entre 0 et 1.
Expliquer pourquoi le nombre $x_r = a + r \times (b - a)$ est un nombre compris entre a et b .
Dans la suite on désigne par Ran la fonction de la calculatrice qui renvoie un nombre aléatoire entre 0 et 1.
 f désigne une fonction définie sur un intervalle $[a; b]$.
 - Que représente le test du *Si* de la ligne 7?
 - Si la fonction f est convexe quel est à la sortie le nombre I?
 - Si la fonction f n'est pas convexe quel est à la sortie le nombre I si n est suffisamment grand?
 - Programmer cet algorithme sur la calculatrice. Nommer le programme VERIFCVX.
- On considère la fonction f définie sur $[-5; 5]$ par $f(x) = x^3 - x$.
 - Vérifier que la fonction f n'est pas convexe avec le programme VERIFCVX en prenant $N = 10$ puis $N = 50$.
 - On veut savoir si la fonction f est convexe sur l'intervalle $[-0,5; 3]$. Utiliser le programme VERIFCVX avec $N = 10$ puis $N = 50$. Que peut-on en déduire?
- Que faut-il modifier dans le programme pour s'intéresser aux fonctions concaves ?

Quelques commandes pour les calculatrices

	Casio	TI
Rand	Option → Prob → Ran#	Math → Prb → rand
Tant que	Prgm → Com → Whle	Prgm → CTL → While
<	Prgm → Rel → <	2nd → Math → Test
le nom de la fonction	Var → Grph → Y1(P)	Var → Y-Var

FONCTION CONVEXE

```
CASIO GRAPH 85 SL
=====VERIFCUX=====
-5→A↵
5→B↵
10→N↵
0→I↵
While I<N↵
A+(B-A)×Ran# →P↵
A+(B-A)×Ran# →Q↵
If (Y1(P)+Y1(Q))÷2-Y1
((P+Q)÷2)>0↵
Then I+1→I↵
Else N+1→I↵
IfEnd↵
WhileEnd↵
I↵
```

```
TEXAS INSTRUMENTS TI-83 Plus
PROGRAM: VERIFDRV
: -5→A
: 5→B
: 10→N
: 0→I
: While I<N
: A+(B-A)*rand→P
: A+(B-A)*rand→Q
: If (Y1(P)+Y1(Q)
: )/2-Y1((P+Q)/2)
: >0
: Then
: I+1→I
: Else
: N+1→I
: End
: End
: Disp I
```