sommes

1. Dé à 4 faces

d'après une idée des Olympiades de Mathématiques 2001

Un dé pyramidal comporte 4 faces numérotées de 1 à 4.

Au départ, la base de la pyramide est la face correspondant au n° 1. On fait basculer le dé le long des arêtes 2 016 fois de suite en sommant les n° correspondant à la face de la base au fur et à mesure ; le 1 initial ne compte pas.

1. Quelle est la plus petite somme que l'on puisse obtenir ?
2. Quelle est la plus grande somme que l'on puisse obtenir ?
3. Peut-on obtenir n'importe quelle somme entre ces deux sommes extrêmes ?
4. Reprendre les mêmes questions pour un dé à 6 faces posé initialement sur la face 1.

2. Rugby à XV

2.1 Compter les points

1. On marque 5 points d'un coup lorsqu'on marque un essai. À la suite d'un essai il y a toujours une tentative de transformation.
2. La transformation vaut 2 points et se déroule après chaque essai. Le but est d'envoyer avec son pied le ballon entre les poteaux et au-dessus de la petite barre qui les relie.
3. La pénalité vaut 3 points. L'équipe qui bénéficie de la pénalité peut choisir de tirer cette pénalité.
4. Le drop vaut 3 points. Un drop se fait en tapant le ballon du pied juste après l'avoir laissé rebondir au sol.

(vidéo : lemonde-rugby)

À FAIRE

Donner liste de tous les entiers qui ne peuvent pas être le score d'un match de rugby.

2.2 Une révolution dans le comptage des points ?

La révolution est actuellement en phase de test au Pays de Galles et en Australie. Depuis la fin de l'été, le championnat gallois de rugby – auquel ne participent pas les meilleures équipes du pays, qui jouent en Ligue celtique – et le championnat australien – idem, avec le Super Rugby – expérimentent un nouveau système de comptage des points : un essai en rapporte six ; une transformation, une pénalité ou un drop, deux.

http://www.lemonde.fr/coupe-du-monde-rugby/article/2015/09/30/rugby-bientot-l
4778499_1616920.html

À FAIRE | Avec ce nouveau comptage, donner liste de tous les entiers qui ne peuvent pas être le score d'un match de rugby.

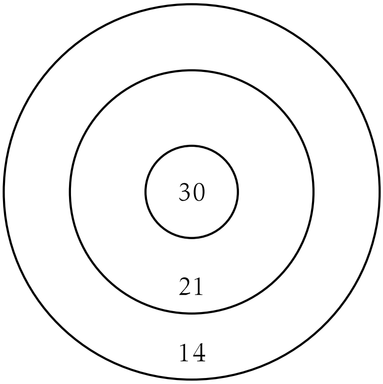
3. Flèches et fléchettes

Fléchettes Sur *http://dartsffd.free.fr/bases1.html* site officiel de la Fédération Française de Darts, on trouve les explications suivantes pour accrocher la cible au mur :

La cible est installée à 1,73 mètres du sol. Son centre se situe à 2,37 mètres du pas de tir. La distance diagonale est de 2,94 mètres. Cette mesure est particulièrement intéressante car elle est utilisée lors de l'installation de la cible : avec un fil de cette taille, on applique un des bouts sur le centre et l'autre est appliquée sur le sol, ainsi on détermine aisément la position du pas de tir.

À FAIRE | Commenter les valeurs données.

Tir à l'arc Vous pouvez tirer autant de flèches que voulu sur cette cible.



À FAIRE

a) Quels doivent être les rapports entre les rayons des disques pour que
- les aires soient égales ?
- pour qu'en allant du bord vers le centre, les aires soient à chaque fois deux fois plus petites ?

b) On remarque que certains scores sont impossible à obtenir : 15 ; 29 ; 50… Mais quel est le plus grand score impossible à obtenir ?

Quelques pistes pour répondre à cette dernière question avec des élèves.

1. La combinaison 1 flèche à 30 points ; 5 flèches à 21 points et 3 flèches à 14 points donne un score de 177 points.
Si on déplace une des flèches à 21 points dans la zone à 30 points et une autre dans la zone à 14 points, on obtient la combinaison suivante : 2 flèches à 30 points ; 3 flèches à 21 points et 4 flèches à 14 points donne un score de 179 points [1].
Est-il possible de trouver un déplacement de flèches afin de n'augmenter le score que de 1 point ?
Une aide de recherche possible peut être :

1– Je n'introduis aucune modélisation littérale ou représentation particulière (tableau, ou…) pour laisser les élèves modéliser comme ils l'entendent.

multiples de 30	multiples de 21	multiples de 14

2. On peut aussi remarquer que
   - … flèches dans la zone 21 rapportent autant de points que … flèches dans la zone 14 ;
   - … flèches dans la zone 30 rapportent autant de points que … flèches dans la zone 14 ;

4. Numberphile

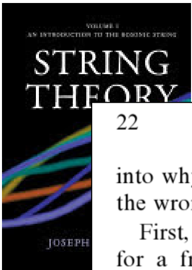
Le site *http://www.numberphile.com* propose de nombreuses vidéos à thème mathématique. (video : numberphile-somme)

Un universitaire en physique présente le livre suivant : *String Theory : Volume 1, An Introduction to the Bosonic String*, by Joseph Polchinski.

Google étant impressionnant [1]

1 – et un peu flippant…, je trouve la fameuse page 22. *https://books.google.fr/books?id=jbM3t_usmXoC*

sommes



22 *1 A first look at strings*

into why Lorentz invariance would be lost in the light-cone approach for the wrong A or D.

First, we assert that the operator ordering constant in the Hamiltonian for a free field comes from summing the zero-point energies of each oscillator mode, $\frac{1}{2}\omega$ for a bosonic field like X^μ. Equivalently, it always works out that the natural operator order is averaged, $\frac{1}{2}\omega(aa^\dagger + a^\dagger a)$, which is the same as $\omega(a^\dagger a + \frac{1}{2})$. In H this would give

$$A = \frac{D-2}{2}\sum_{n=1}^{\infty} n\,, \qquad (1.3.31)$$

the factor of $D-2$ coming from the sum over transverse directions. The zero-point sum diverges. It can be evaluated by regulating the theory and then being careful to preserve Lorentz invariance in the renormalization. This leads to the odd result

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \to -\frac{1}{12}\,. \qquad (1.3.32)$$

To motivate this, insert a smooth cutoff factor

$$\exp(-\epsilon\gamma_{\sigma\sigma}^{-1/2}|k_\sigma|) \qquad (1.3.33)$$

qui signale ce résultat étrange :

$$1+2+3+4+5+\ldots = -\frac{1}{12}$$

Notre chercheur va démontrer ce résultats dans la vidéo !

Posons $S = 1-1+1-1+1-1\ldots$

a) vérifier que $1-S = S$, en déduire une valeur de S

b) posons $S_1 = 1-2+3-4+5-6+\ldots$, puis calculer $2S_1$; en déduire une valeur de S_1

c) posons $S_2 = 1+2+3+4+5+6+\ldots$, puis calculer $S_2 - S_1$; en déduire une valeur de S_2 ;-)