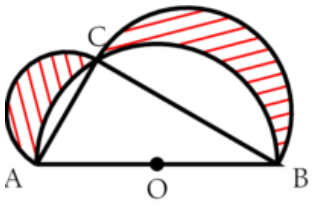
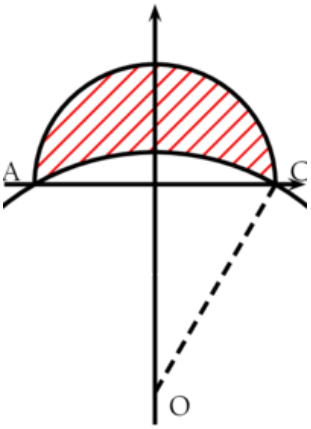
Approfondissement

1. Python, représentation graphique, probabilités

La méthode de Monte-Carlo pour estimer une surface : travail sur les lunules d'Hyppocrate





1. Calculer la somme de l'aire des lunules.
2. On suppose que dans la première figure AO = AC, en déduire BC, puis d'aire de ABC.

```
In [ ]: from math import sqrt
```

3. Pour calculer l'aire de la lunule de diamètre [AC], on se place dans un repère est orthonormé avec A(−1 ; 0), C(1 ; 0) et $O\left(0;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
   Donc le cercle $\mathscr{C}_1$ de diamètre [AC] a pour équation $x^2+y^2-1=0$ et le cercle $\mathscr{C}_0$ de centre O a pour équation $x^2+(y+\sqrt{3})^2=4$.
   On cherche a estimer l'aire de la lunule à l'aide de la méthode de Monte-Carlo en plaçant des points au hasard dans $[-1;1]\times[0;1]$

```
In [ ]: from matplotlib import pyplot as plt   # bibliothèque pour les graphiques
        from random import uniform             # bibliothèque pour les nombres au hasard
        from math import sqrt                  # bibliothèque pour les fonctions mathématiques

        def est_dansC1(x,y):
            """retourne True si le point est dans le cercle de diamètre [AC]"""
            if x**2 + y**2 - 1 < 0:
                return True
            else:
                return False

        def est_dansC0(x,y):
            """retourne True si le point est dans le cercle de centre O"""
           ...


        n = 50000
        x_rouge, y_rouge = [],[]    # création de listes de valeurs
        x_bleu, y_bleu = [],[]
        eff_rouge1 = 0

        for _ in range(n):
            x = uniform(-1,1)
            y = uniform(0,1)
            if ...
                x_rouge.append(x)
```

```
            y_rouge.append(y)
            eff_rouge1 += 1    # eff_rouge1 = eff_rouge1 + 1
        else:
            ...

    plt.plot(x_rouge, y_rouge,'r.')
    plt.plot(x_bleu, y_bleu,'b.')
    plt.show()
```

4. En déduire une estimation de l'aide de la lunule.

In [ ]:

5. Procéder de la même façon pour obtenir une estimation de l'aide de la lunule de diamètre [BC]

```
In [ ]: def est_dansC2(x,y):
            """retourne True si le point est dans le cercle de diamètre [BC]"""
            ...

        def est_dansC0(x, y):
            # l'équation de c0 n'est pas la même dans ce repère !
            # Python redéfini la fonction sans avertissement...
            ...

        # n est déjà défini, mais il faut réinitiliser les listes
        x_rouge ...
        x_bleu ...
        eff_rouge2 = 0

        for _ in range(n):
            ...

        plt.plot(x_rouge, y_rouge,'r.')
        plt.plot(x_bleu, y_bleu,'b.')
        plt.show()
```

In [ ]:

```
In [ ]: # estimation de la somme des aires des lunules
```

2. Travail sur le typage et la récursivité

2019 est un nombre heureux !

$$2019 \Rightarrow 2^2+0^2+1^2+9^2 = 86 \Rightarrow 8^2+6^2 = 100 \Rightarrow 1^2+0^2+0^2 = 1$$

1. Quelle est la prochaine année heureuse ?

2. Lister les n premièrs nombres heureux.