



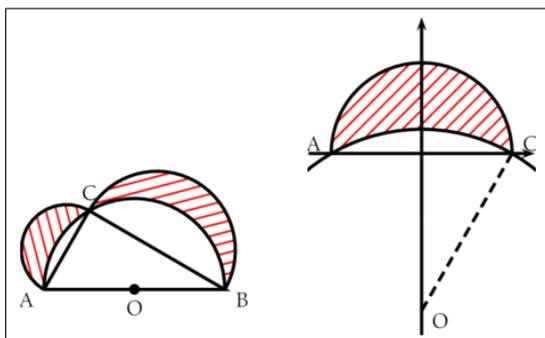
## Contexte

- En 2nde : estimer une aire à l'aide de la méthode de Monte-Carlo.
- En Term : calculer une aire à l'aide d'intégrales.

## Document élève

En cherchant à résoudre la « quadrature du cercle » (trouver un disque dont l'aire est celle d'un carré), Hippocrate de Chios ( $-470 - -410$ ) chercha la somme de l'aire des lunules :

- le triangle ABC est rectangle en C ;
- les demi-cercles ont pour diamètres respectifs [AC], [BC] et [AB].



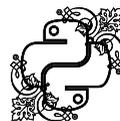
### Exercice 1 — Aire des lunules

À l'aide de considération géométrique, calculer la somme des aires des lunules.

### Exercice 2 — Aire d'une lunule

L'objectif de cette partie est de déterminer l'aire de la lunule associée au segment [AC]. On se place dans le cas particulier où  $AO = AC$ .

1. Justifier que le triangle OAC est équilatéral. Déterminer la longueur de la hauteur.



2. On place la figure dans un repère orthonormé, l'axe des abscisses est la droite (AC), l'axe des ordonnées est la médiatrice de ce segment. Dans ce repère les points A et C ont pour coordonnées respectives  $(-1; 0)$  et  $(1; 0)$ .  
En déduire les coordonnées du point O.
3. Justifier que l'équation du demi-disque de diamètre [AC] est  $y = \sqrt{1 - x^2}$ .
4. Trouver l'équation du cercle de centre O passant par le point C, en déduire l'équation du cercle correspondant à la partie inférieure de la lunule.

## Partie A – Estimation : méthode de Monte-Carlo

On cherche à estimer l'aire de la lunule à l'aide de la méthode de Monte-Carlo en plaçant des points au hasard dans  $[-1; 1] \times [0; 1]$ .

1. Comprendre le programme et le compléter
2. Ajouter les instructions nécessaires permettant d'estimer l'aire de la lunule.
3. Adapter le programme pour obtenir une fonction de paramètres  $n$  le nombre de points et de paramètres par défaut les couleurs des points (intérieur / extérieur). La fonction renvoie la proportion de points à l'intérieur de la lunule.

## Partie B – Aire exacte : calcul intégral

En utilisant le calcul intégral, déterminer l'aire exacte de la lunule.