

**Je les ai
vues !**

GALETTE



1. Couper la fève ?

Quand on coupe une galette ronde, on « coupe » souvent la fève ; mais quand la galette est carrée ?

Existe-t-il un découpage effectué par deux traits de coupe rectilignes, donnant 4 parts égales et qui permet de minimiser la probabilité de *couper* la fève ?

(La galette est un parallélogramme à base carrée de côté 20 cm, la fève un disque de 2 cm de diamètre.)



2. Où est passée la fève ?

d'après les Olympiades Mathématiques, session 2015

Pour préparer sa pâte feuilletée pour sa galette, le boulanger réitère un certain nombre de fois les opérations suivantes :

- il étire la pâte du double de sa longueur
 - puis il la replie sur elle même en son milieu, le bord droit sur le bord gauche.
- Où est la fève si...

1. ...il la place aux deux-tiers à partir du bord gauche et qu'il répète 30 fois les deux opérations précédentes ?
2. ...il la place au tiers à partir du bord gauche et qu'il répète 17 fois les deux opérations précédentes ?
3. ...il la place aux deux cinquièmes à partir du bord gauche et qu'il répète 37 fois les deux opérations précédentes ?
4. ...il la place à un seizième à partir du bord gauche et qu'il répète 13 fois les deux opérations précédentes ?

Je les ai
vues !

GALETTE

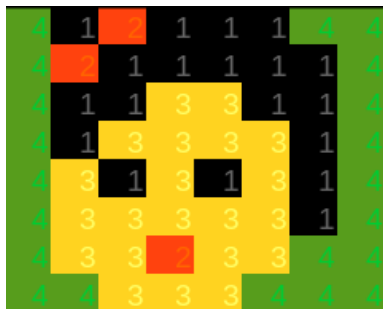


Transformation du boulanger et image

Que se passe-t-il si on applique la transformation du boulanger à une image (travailler en deux dimensions au lieu d'une)?

- On « étire » le tableau : les lignes de rang pair et impairs s'intercalent ;
- On « plie » par en dessous pour retrouver un tableau de la bonne taille.

étape 0



4	1	2	1	1	1	4	4
4	2	1	1	1	1	1	4
4	1	1	3	3	1	1	4
4	1	3	3	3	3	1	4
4	3	1	3	1	3	1	4
4	3	3	3	3	3	1	4
4	3	3	2	3	3	4	4
4	4	3	3	3	4	4	4

première étape : étirement

4 ↗ 4	1 ↗ 2	2 ↗ 1	1 ↗ 1	1 ↗ 1	1 ↗ 1	1 ↗ 1	4 ↗ 1	4 ↗ 4
4 ↗ 4	1 ↗ 1	1 ↗ 3	3 ↗ 3	3 ↗ 3	3 ↗ 3	1 ↗ 3	1 ↗ 1	4 ↗ 4
4 ↗ 4	3 ↗ 3	1 ↗ 3	3 ↗ 3	1 ↗ 3	3 ↗ 3	1 ↗ 1	1 ↗ 1	4 ↗ 4
4 ↗ 4	3 ↗ 4	3 ↗ 3	2 ↗ 3	3 ↗ 3	3 ↗ 4	3 ↗ 4	4 ↗ 4	4 ↗ 4

première étape : « pliage » les cases contenant le chiffre 3 agissent comme une charnière.

Je les ai
vues !

GALETTE

4	4	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	4	1	4	4
4	4	1	1	1	3	3	3	3	3	3	1	3	1	1	4	4
4	4	3	3	1	3	3	3	3	1	3	3	3	1	1	4	4
4	4	3	4	3	3	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4



première étape : final

4	4	1	2	2	1	1	1
4	4	1	1	1	3	3	3
4	4	3	3	1	3	3	3
4	4	3	4	3	3	2	3
4	4	4	4	4	3	3	3
4	4	1	1	3	3	3	1
4	4	1	1	3	1	3	3
4	4	1	4	1	1	1	1

Voici le tableau à la sixième étape :

4	2	1	4	4	4	3	4
1	1	1	4	4	3	3	4
4	1	1	1	4	3	2	3
2	1	1	4	4	3	3	4
4	1	3	1	4	3	3	3
1	3	1	4	1	3	3	4
4	3	3	1	4	3	3	3
1	3	3	4	1	1	1	4

Construire celui de l'étape sept :

Pour finir : à chaque étape présentée, colorier les cases contenant 1 en noir, 2 en rouge, 3 en jaune et 4 en vert.

pour continuer : un article de Jean-Paul Delahaye.
<http://www.lifl.fr/~jdelahay/dnalor/ImagesBrouillees.pdf>

**Je les ai
vues !**

GALETTE



L'addition du cancre

Suites de Farey

Les suites de Farey s'obtiennent de la façon suivante :

Étape 1 : $\mathcal{F}_1 = \{0; 1\}$ qu'on écrit $\frac{0}{1}$ et $\frac{1}{1}$.

Étape 2 : entre deux fractions consécutives $\frac{a}{b}$, et $\frac{c}{d}$, on insère la fraction médiane $\frac{a+c}{b+d}$ si son dénominateur est égal au numéro de l'étape.

1. Démontrer que pour tout entier naturel a, b, c et d :

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

2. Déterminer $\mathcal{F}_4$

Cercles de Ford

Les cercles de Ford sont définis comme suit : pour chaque élément $\frac{p}{q}$ d'une suite de Farey, on construit le cercle de centre $\left(\frac{p}{q}; \frac{1}{2} \times \frac{1}{q^2}\right)$ et de rayon $\frac{1}{2} \times \frac{1}{q^2}$.

Choisir 24cm pour une unité et construire les cercles de Ford associés à la suite de Farey $\mathcal{F}_4$.